

Bestimmung der GPS-Phasenmehrdeutigkeiten – Die TUB-Methode

Kerstin Groth (geb. Wienholz)

Zusammenfassung

Die TUB-Methode ist ein spezielles Verfahren zur Auflösung von GPS-Phasenmehrdeutigkeiten in klein- und großräumigen Netzen. Sie basiert auf der Ausgleichung der Originalphasenbeobachtungen. Die Mehrdeutigkeiten werden in einem iterativen Prozess in Form von Doppeldifferenzen bzw. in Form von L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paaren gelöst. Zur Qualitätskontrolle werden die gelösten L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paare als Bedingungsgleichungen in den Ausgleichungsprozess eingeführt. Eine Untersuchung der Korrelaten ermöglicht die Identifikation falscher Mehrdeutigkeiten. Liegen mehrdeutige Lösungen vor, können anhand der Korrelaten die richtigen Werte herausgesucht werden. Die TUB-Methode wurde anhand mehrerer Datensätze mit Basislinienlängen von 13 bis 1000 km getestet, wobei sie sich als stabiles und zuverlässiges Auswerteverfahren erweist. In diesem Artikel werden einige repräsentative Ergebnisse präsentiert.

Summary

The TUB method serves in resolving GPS phase ambiguities in small-range and large-range networks. It is based on the adjustment of the original phase observations. The ambiguities in the form of double differences or in the form of L_1/L_2 ambiguity pairs can be solved in an iterative process. As a controlling device, equations of condition are formed with the help of L_1/L_2 ambiguity pairs and inserted in the adjustment process. A subsequent analysis of the correlates gives information about the qualities of the ambiguities found. The potential of the TUB method was tested with data from networks with baseline length from 13 to 1000 km. This method has proved to be a stable and reliable tool for analyzing GPS phase data. Only some of the important results are presented in this paper.

1 Einleitung

Die Anlage und Pflege von Lagenetzen in der Ingenieurgeodäsie sowie von Referenznetzen in der Landesvermessung ist ohne den Einsatz von Satellitenmessverfahren kaum zu bewältigen. Eine herausragende Stellung nimmt das Satellitennavigationssystem NAVSTARGPS (NAVigation System with Time And Ranging Global Positioning System) ein. Einer der systemimmanenten Nachteile besteht darin, dass die Anzahl der Anfangswellenzyklen, die so genannten Mehrdeutigkeiten (engl. Ambiguities), zunächst unbekannt sind. Diese Werte sind für die Ermittlung einer eindeutigen und hochgenauen Entfernung zwischen Satellit und Empfänger unabdingbar und damit Grundvoraussetzung für den Erhalt exakter

Empfängerkoordinaten. Sowie die Mehrdeutigkeiten im Auswerteprozess bestimmt werden, lassen sich hohe Positionsgenauigkeiten in nur kurzen Beobachtungszeiten erreichen.

In Ergänzung zu den bereits existierenden Verfahren der Mehrdeutigkeitsbestimmung wurde mit der TUB-Methode ein Verfahren entwickelt und getestet, das einerseits zu zuverlässigen Ergebnissen in der Mehrdeutigkeitsberechnung führt und andererseits eine Qualitätskontrolle der ermittelten Größen zulässt. Fehlerhafte Mehrdeutigkeiten können identifiziert und aus mehreren möglichen Lösungen die richtige herausgefiltert werden. Zielstellung war insbesondere die exakte Auflösung der Mehrdeutigkeiten bei kurzen Beobachtungszeiten in großräumigen Netzen.

2 Die TUB-Methode

2.1 Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten und L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paare

Bei dem hier vorgestellten Algorithmus ergeben sich die reellen Zahlen, aus denen die Mehrdeutigkeiten hervorgehen, weder aus Differenzen noch aus Linearkombinationen der Phasenmessungen. Grundlage dafür bilden die Beobachtungsgleichungen:

$$L_1 : \quad \varphi_{1r}^s(t) = \frac{f_1}{c} \{ r_r^s(t) + \Delta r_{trop_r}^s(t) \} + R_r(t) - S^s(t) + F_r^s + H_r^s(t) \quad (1)$$

$$L_2 : \quad \varphi_{2r}^s(t) = \frac{f_2}{c} \{ r_r^s(t) + \Delta r_{trop_r}^s(t) \} + \alpha R_r(t) - \alpha S^s(t) + \frac{H_r^s(t)}{\alpha}, \quad (2)$$

bei denen durch eine spezielle Parametrisierung die Zahl der Unbekannten reduziert wurde (Gehlich und Lelgemann 1997). Den verwendeten Variablen und Indizes kommt dabei folgende Bedeutung zu:

r	Index zur Kennzeichnung des jeweiligen Empfängers r (engl. receiver),
s	Index zur Kennzeichnung des jeweiligen Satelliten s (s engl. satellite),
$\varphi_{1r}^s(t), \varphi_{2r}^s(t)$	Originalphasenbeobachtung auf L_1 bzw. L_2 ,
f_1, f_2	Frequenzen der Signale auf L_1 bzw. L_2 ,
c	Lichtgeschwindigkeit,
$r_r^s(t)$	Entfernung zwischen Empfänger r und Satellit s ,

$\Delta r_{trop}^s(t)$	troposphärische Refraktion,
$R_r(t)$	Phasenablagen des Empfängeroszillators bezüglich eines Referenzoszillators,
$S^s(t)$	Phasenablagen des Satellitenoszillators bezüglich eines Referenzoszillators,
$H_r^s(t)$	zeitabhängige Hilfsunbekannte,
F_r^s	zeitunabhängige Hilfsunbekannte.

Die Hilfsunbekannten $H_r^s(t)$ und F_r^s setzen sich aus den konstanten Phasenablagen $\varphi_r(t_0)$ bzw. $\varphi^s(t_0)$ der Empfänger- bzw. Satellitenuhren, den Mehrdeutigkeiten I_{1r}^s und I_{2r}^s und der zeitabhängigen ionosphärischen Refraktion $ION_r^s(t)$ zusammen:

$$F_r^s = I_{1r}^s - \alpha I_{2r}^s + (1 - \alpha^2) (\varphi_r(t_0) - \varphi^s(t_0)) \quad (3)$$

$$H_r^s(t) = \alpha^2 (\varphi_r(t_0) - \varphi^s(t_0)) + \alpha I_{2r}^s + ION_r^s(t). \quad (4)$$

Die Anfangswellenzyklen $I_{f_r}^s$ ($f = 1, 2$) selbst können nicht berechnet werden. Aber aus den F_r^s - und H_r^s -Werten, die sich aus der vermittelnden Ausgleichung der Beobachtungsgleichungen (1) und (2) – der float-Lösung – ergeben, lassen sich die Doppeldifferenzen der Mehrdeutigkeiten ableiten. Dafür deklariert man einen der Satelliten als Basissatelliten $s = a$ und bezieht sich auf die Referenzstation $r = b$ (Goad 1985). Aus der so gebildeten Doppeldifferenz der F_r^s -Werte

$$(F_r^s - F_b^s) - (F_r^a - F_b^a) = I_{1rb}^{sa} - \alpha I_{2rb}^{sa} \quad (5)$$

erhält man einen Wert, der sich aus einer bestimmten Kombination der Doppeldifferenzen der Mehrdeutigkeiten ergibt. Er wird als L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paar bezeichnet. Analog dazu ergibt die Gleichung

$$(H_r^s(t_k) - H_b^s(t_k)) - (H_r^a(t_k) - H_b^a(t_k)) = \alpha I_{2rb}^{sa} \quad (6)$$

direkt die Doppeldifferenz der Mehrdeutigkeit auf der zweiten Frequenz, wobei die $H_r^s(t)$ -Werte noch um die ionosphärische Refraktion $ION_r^s(t)$ reduziert werden müssen. In Abhängigkeit von der Basislinienlänge kommen dabei verschiedene Verfahren zum Einsatz. Zunächst liegen die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten und die L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paare auf Grund von Modellfehlern und zufälligen Fehlern in Form von reellen Zahlen mit ihren mittleren Fehlern vor. Daraus werden mit Hilfe der Konfidenzintervalle, die durch die Sicherheitswahrscheinlichkeit und die mittleren Fehler vorgegeben werden, ganzzahlige Werte I_{1rs}^{sa} und I_{2rb}^{sa} gebildet. Die ausführliche Beschreibung der Separationsverfahren der Ionosphäre sowie die Suche nach ganzen Zahlen ist (Gehlich 1993) und (Wienholz 2003) zu entnehmen.

2.2 Korrelaten als Qualitätskriterien

Sind bei der Bestimmung von Extremwerten einer Funktion $f(x_i)$ die Parameter x_i durch Nebenbedingungen

$g(x_i)$ miteinander verknüpft, kann die Anzahl von x_i auf Grund der Nebenbedingungen reduziert werden. Durch die Einführung eines Faktors k , dem Lagrangeschen Multiplikator, ist auch eine Lösung der Aufgabe möglich, bei der keine der Unbekannten x_i gegenüber den anderen bevorzugt wird. Da sich die partiellen Ableitungen der Hauptbedingungen zu den partiellen Ableitungen der Nebenbedingungen im Extrempunkt proportional zueinander verhalten:

$$f_{x_i} : f_{x_j} = g_{x_i} : g_{x_j}, \quad (7)$$

gelten die Gleichungen

$$f_{x_i} = -kg_{x_i} \quad \text{oder} \quad f_{x_i} + kg_{x_i} = 0, \quad (8)$$

die wiederum die partiellen Ableitungen der Funktion

$$F(x_i) = f(x_i) + kg(x_i) \quad (9)$$

darstellen. Die vermittelnde Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den Unbekannten x_i stellt ein solches Extremwertproblem mit Nebenbedingungen dar. Gemäß dem Prinzip der Methode der kleinsten Quadrate sind die Zuschläge Δx_i zu den Unbekannten so zu bestimmen, dass die gewichtete Summe der Verbesserungsquadrate minimal wird:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = Min. \quad (10)$$

Die Nebenbedingungen $g(x_i)$ ergeben sich aus den jeweiligen funktionalen Zusammenhängen zwischen den Unbekannten. Linearisiert und in Matrizenschreibweise lauten die Beobachtungs- sowie die Bedingungsgleichungen:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (11)$$

$$\mathbf{B}^T \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w} = 0 \quad (12)$$

mit

- A** Matrix der partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach den Unbekannten,
- l** Spaltenmatrix der reduzierten Beobachtungen,
- B** Matrix der partiellen Ableitungen der Nebenbedingungen nach den Unbekannten,
- w** Spaltenmatrix der Widersprüche.

Die Hauptbedingung (10) und die Bedingungsgleichungen als Nebenbedingungen (12) können wie in (9) zu einer Gesamtfunktion

$$\Omega = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + 2\mathbf{k}^T (\mathbf{B}^T \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w}) \quad (13)$$

additiv zusammengefasst werden (Reissmann 1980). Den Nebenbedingungen werden die Lagrangeschen Faktoren \mathbf{k} zugeordnet, die in diesem Zusammenhang auch als Korrelaten bezeichnet werden. Verwendet man für die Verbesserungen \mathbf{v} den Ausdruck (11) und setzt diesen in die Gleichung (13) ein, ergibt sich:

$$\Omega = (\mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{l})^T \mathbf{P} (\mathbf{A} \Delta \mathbf{x} - \mathbf{l}) + 2\mathbf{k}^T (\mathbf{B}^T \Delta \mathbf{x} + \mathbf{w}). \quad (14)$$

Das zu lösende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \\ -\mathbf{w} \end{pmatrix} \quad (15)$$

resultiert aus den partiellen Ableitungen $\partial \Omega / \partial x_i$, die entsprechend der Extremwertforderung (10) zu Null gesetzt werden. Bei den Korrelaten k_j handelt es sich dabei um Proportionalitätsfaktoren zwischen den Funktionen $(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})_{x_i}$ und g_{x_i} , den partiellen Ableitungen der Hauptbedingung und der j -ten Nebenbedingung:

$$-2k_j = \frac{(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})_{x_i}}{g_{x_i}}. \quad (16)$$

Sie geben damit an, in welchem Verhältnis die partiellen Ableitungen der Haupt- und Nebenbedingungen bezogen auf die Berechnung der Extremwerte zueinander stehen. Den Nebenbedingungen wird über die Größe der Korrelaten ein Gewicht zugeordnet, mit welchem diese im Vergleich zu den Hauptbedingungen an der Berechnung des Extremwertes beteiligt sind. Daraus lässt sich auch schlussfolgern, welchen Einfluss oder Zwang die Nebenbedingungen auf die Lösung der Extremwertaufgabe ausüben.

An einem einfachen Beispiel wird deutlich, welche Werte die Lagrangeschen Multiplikatoren unter bestimmten Bedingungen annehmen und inwieweit daraus Schlussfolgerungen für die Berechnung der Unbekannten zu ziehen sind. Abb. 1 zeigt eine Punktkonfiguration, die gleiche Schnittbedingungen bezüglich der Koordinatenberechnung der Punkte A, B, C und D aufweist. Aus den Sollkoordinaten der Punkte A, B, C und D und den Koordinaten der Festpunkte 1 bis 9 wurden mit zufälligen Fehlern behaftete Strecken berechnet, die in diesem Beispiel als Beobachtungen behandelt werden. Die Nebenbedingungen resultieren aus der Tatsache, dass die vier Neupunkte gleichzeitig Eckpunkte eines Quadrates mit einer Seitenlänge von vier Längeneinheiten sind. Die Beobachtungs- und Bedingungsgleichungen des Beispiels lauten:

$$L_{ji} + v_i = \sqrt{\Delta x_{ji}^2 + \Delta y_{ji}^2 + \Delta z_{ji}^2} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, 9 \text{ und } j = A, B, C, D \quad (17)$$

$$g_1 = \sqrt{\Delta x_{BA}^2 + \Delta y_{BA}^2 + \Delta z_{BA}^2} - 4 = 0 \quad / \cdot 2k_1, \quad (18)$$

$$g_2 = \sqrt{\Delta x_{CA}^2 + \Delta y_{CA}^2 + \Delta z_{CA}^2} - 4 = 0 \quad / \cdot 2k_2, \quad (19)$$

$$g_3 = \sqrt{\Delta x_{DB}^2 + \Delta y_{DB}^2 + \Delta z_{DB}^2} - 4 = 0 \quad / \cdot 2k_3, \quad (20)$$

$$g_4 = \sqrt{\Delta x_{DC}^2 + \Delta y_{DC}^2 + \Delta z_{DC}^2} - 4 = 0 \quad / \cdot 2k_4, \quad (21)$$

$$g_5 = \sqrt{\Delta x_{CB}^2 + \Delta y_{CB}^2 + \Delta z_{CB}^2} - \sqrt{32} = 0 \quad / \cdot 2k_5, \quad (22)$$

$$g_6 = \sqrt{\Delta x_{DA}^2 + \Delta y_{DA}^2 + \Delta z_{DA}^2} - \sqrt{32} = 0 \quad / \cdot 2k_6. \quad (23)$$

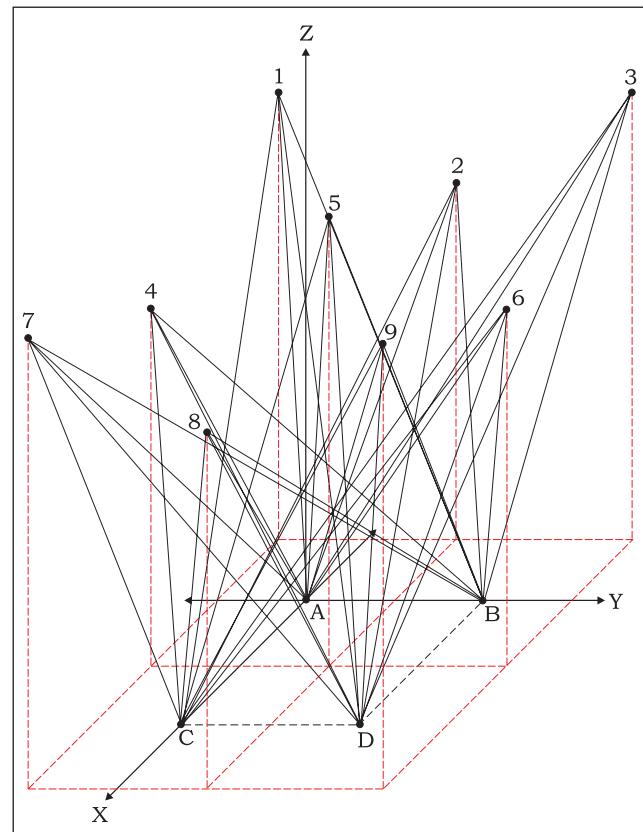


Abb. 1: Bestimmung von A, B, C und D

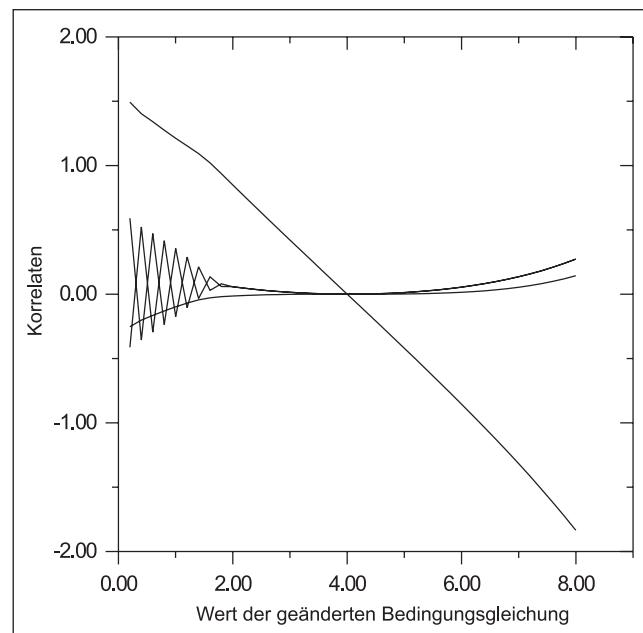


Abb. 2: Kurvenverlauf aller Korrelaten

Um zu untersuchen, wie sich eine falsche Bedingung auf die Größe der Korrelaten auswirkt, werden verschiedene Ausgleichungen durchgeführt. Die Ergebnisse einer solchen Versuchsreihe sind in der Abb. 2 dargestellt. Sie zeigt den Verlauf der Multiplikatoren k_i mit $i = 1, 2, \dots, 4$, der aus der Ausgleichung mit den Bedingungsgleichungen (18)-(21) resultiert. In jeder Berechnung wurde durch

Variation des Parameters β der Wert der Gleichung (18) geändert, um verschiedene Seitenlängen vorzugeben:

$$g_1 = \sqrt{\Delta x_{BA}^2 + \Delta y_{BA}^2 + \Delta z_{BA}^2} - \beta \quad \text{mit } 0 < \beta < 8. \quad (24)$$

Der Betrag des Lagrangeschen Faktors k_1 wächst proportional zum zunehmenden Fehler der Bedingungsgleichung (18). Die Faktoren der anderen Bedingungsgleichungen schwanken in einem wesentlich geringeren Maße. Nimmt die Gleichung g_1 für $\beta = 4$ den Wert 0 an, treffen alle Kurven in einem kleinen Gebiet zusammen. Hier entsprechen die Werte der Korrelaten einer Ausgleichung mit korrekten Bedingungen. Die fehlerbehaftete Bedingungsgleichung kann in diesem Beispiel auf Grund ihrer Korrelate identifiziert werden. Durch Variation des Wertes für g_1 kann sogar die Größe des Fehlers festgestellt werden.

Diese Erkenntnisse können zur Überprüfung sämtlicher Parameter verwendet werden (Wziontek u. a., 2001). Wichtig dabei ist nur, geeignete Bedingungsgleichungen zu finden. Im Rahmen der Mehrdeutigkeitsbestimmung ergeben sich aus den Doppeldifferenzen der F_r^s -Werte und den L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paaren $I_{1rb}^{sa} - \alpha I_{2rb}^{sa}$ die Bedingungen:

$$(F_r^s - F_b^s) - (F_r^a - F_b^a) = I_{1rb}^{sa} - \alpha I_{2rb}^{sa}, \quad (25)$$

die zusätzlich zu den Beobachtungsgleichungen (1) und (2) in die Ausgleichung eingeführt werden können. Eine falsche Mehrdeutigkeit erzeugt mit der entsprechenden Bedingungsgleichung einen größeren Zwang, der sich im Betrag der Korrelate niederschlägt. Führt man alle gefundenen Mehrdeutigkeiten in Form von Bedingungsgleichungen in das Gleichungssystem ein, ist die Kontrolle des gesamten Systems möglich. Andererseits kann die Auswertung auch so durchgeführt werden, dass zunächst nur eine Bedingungsgleichung in der Ausgleichung verwendet und anschließend die Korrelate berechnet wird. In jeder nächsten Ausgleichung kommt eine Bedingungsgleichung dazu, so dass in einem iterativen Prozess die Qualität der gefundenen Mehrdeutigkeiten überprüft werden kann.

3 Ergebnisse

Die TUB-Methode wurde anhand verschiedener Datensätze mit Basislinienlängen bis zu 1000 km getestet. Vorge-

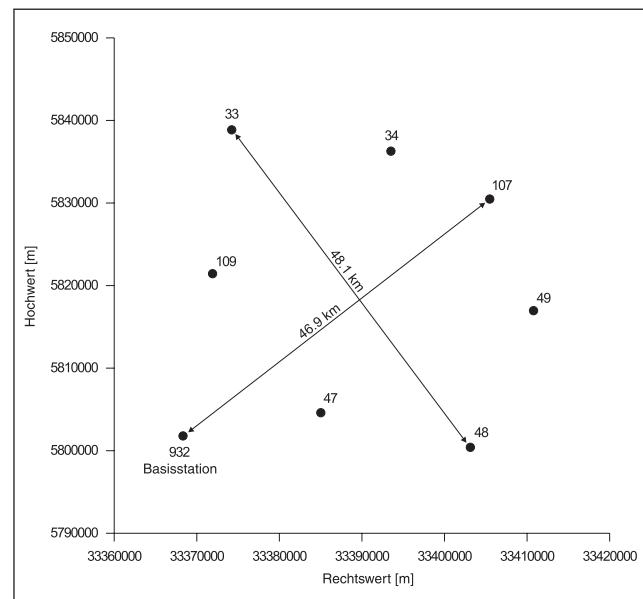


Abb. 3: BRAREF/BREF-Stationen der GPS-Kampagne 1994

stellt wird an dieser Stelle nur ein Teil der Ergebnisse einer Messung aus dem Jahr 1994 auf BRAREF/BREF-Punkten, deren Abstände zwischen 13 und 48 km variieren (Abb. 3). Bestückt wurden die Stationen mit Zweifrequenzempfängern des Typs Trimble 4000 SSE bzw. 4000 ST und geodätischen Trimble- L_1/L_2 -Antennen. Generell diente der Punkt 932 als Basisstation ($b=932$) und – zur Berechnung der Mehrdeutigkeiten – der Satellit mit der PRN-Nummer 21 als Referenzsatellit ($a=21$). Die Koordinaten der Satelliten wurden aus den broadcast-Ephemeriden berechnet. Bei der Suche nach ganzen Zahlen für die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten wurde zunächst ein Vertrauensbereich ausgewählt, dessen Größe auf einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % basiert. In einem iterativen Prozess kommt man damit für 64 von insgesamt 66 L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paaren zu eindeutigen Ergebnissen. Erst bei einer statistischen Sicherheit von 99.9 % können Werte für die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten I_{f48b}^{17a} und I_{f49b}^{17a} ($f = 1, 2$) fixiert werden. Allerdings erfüllen jeweils zwei Paare die geforderten Bedingungen. Die mehrdeutigen Ergebnisse sind der Tab. 1 zu entnehmen. Diese Bedingungsgleichungen werden mit den laufenden Nummern 65–68 gekennzeichnet.

Um herauszufinden, ob die Bedingungsgleichung 65 oder 66 bzw. 67 oder 68 den richtigen Wert für das entsprechende Mehrdeutigkeits-Paar enthält, werden in den Ausgleichungen 1 bis 4 zusätzlich zu den Bedingungsgleichungen 1 bis 64 nacheinander die Gleichungen 65

Tab. 1: Ergebnisse für I_{f48b}^{17a} und I_{f49b}^{17a} ($f = 1, 2$)

Lfd. Nr.	Satellit s	Station r	I_{1rb}^{sa} [cycle]	I_{2rb}^{sa} [cycle]	Mehrdeutigkeits-Paar [cycle]	Korrelate
65	17	48	641992	698877	97412.52	4.139
66	17	48	641996	698882	97412.62	-0.188
67	17	49	-1465226	-927276	-742673.27	3.568
68	17	49	-1465222	-927271	-742673.17	-0.758

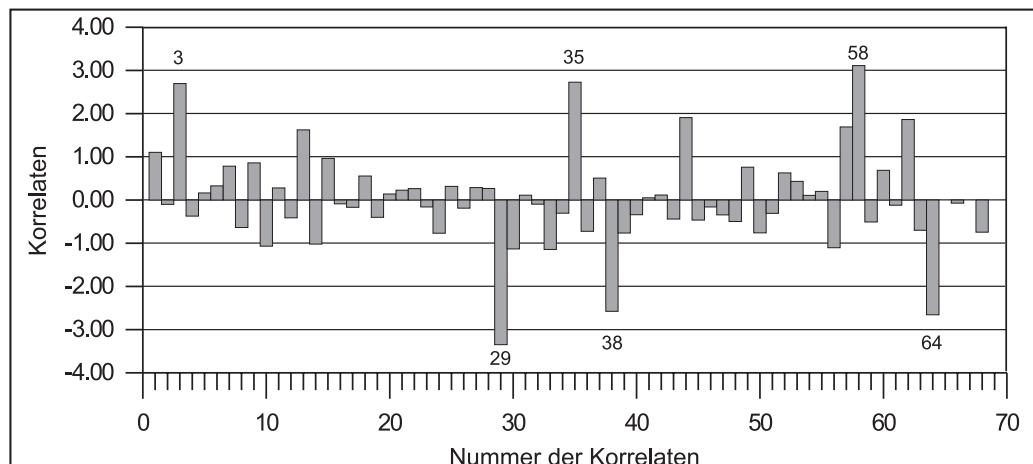


Abb. 4: Korrelaten der Ausgleichung 5

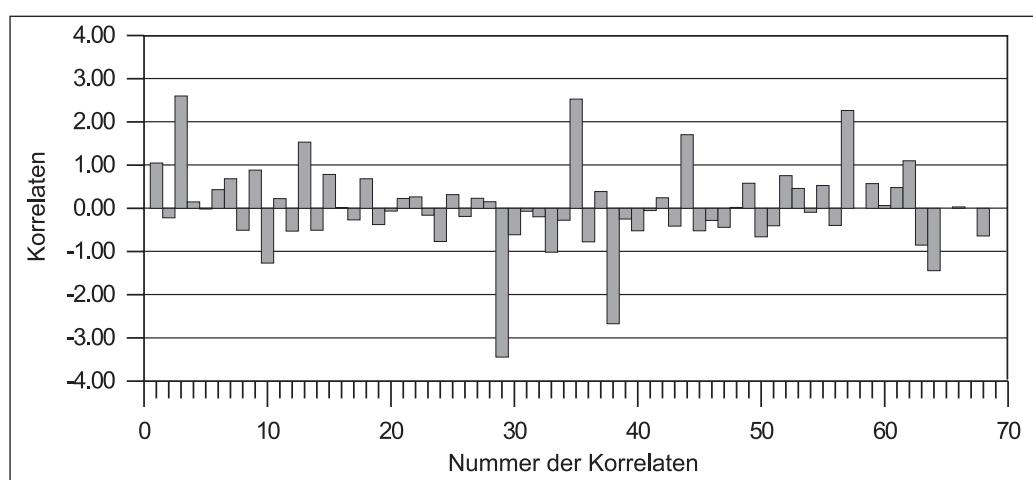


Abb. 5: Korrelaten der Ausgleichung 6

bis 68 eingeführt. In Ausgleichung 1 wird k_{65} zusätzlich zu den Faktoren k_1-k_{64} ermittelt, in Ausgleichung 2 k_{66} usw. Anhand der Tab. 1 ist deutlich zu erkennen, dass die Bedingungsgleichungen 66 und 68 gemessen an den Gleichungen 65 und 67 kleinere Proportionalitätsfaktoren erzeugen. Außerdem fallen die Beträge der Korrelaten aus den Ausgleichungen 2 und 4 zum überwiegenden Teil kleiner aus als in den Ausgleichungen 1 und 3. Die falschen Bedingungen 65 und 67 üben also größeren Zwang aus, der sich in den anderen Bedingungsgleichungen besonders in denen, die mit dem Satelliten $s = 17$ verbunden sind, niederschlägt. In einer fünften Ausgleichung werden die Mehrdeutigkeits-Paare 66 und 68 gemeinsam mit den 64 eindeutig bestimmten Werten als Bedingungen verwendet.

Abb. 4 stellt die Lagrangeschen Faktoren der nun akzeptierten Mehrdeutigkeits-Paare 1–64, 66 und 68 dar. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler a posteriori, der aus der Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den Unbekannten hervorgeht, beträgt 0.021 cycle. Die Faktoren $k_3, k_{29}, k_{35}, k_{38}, k_{58}$ und k_{64} heben sich durch ihre hohen Beträge von den anderen Korrelaten deutlich ab. Da dies ein Hinweis auf falsche Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten sein kann, werden die dazugehörigen Bedingungsgleichungen näher untersucht. Die betreffenden Faktoren resultieren alle aus Bedingungsgleichungen

mit Mehrdeutigkeits-Paaren, die sich auf die Satelliten $s = 3, 14$ und $s = 31$ beziehen. Um zu überprüfen, welche der Bedingungsgleichungen falsch ist, werden die Gleichungen der Reihe nach eliminiert. Die Ausgleichung 6 wird deshalb ohne die Bedingungsgleichung 58 ($s = 14$) durchgeführt, da diese die Korrelate mit dem größten Betrag erzeugt. Die Beträge aller Korrelaten, die sich auf den Satelliten $s = 14$ beziehen (k_3, k_{35} und k_{64}), verkleinern sich damit erheblich und σ_0 a posteriori geht auf 0.019 cycle zurück. Der Wert für I_{1109}^{14a} und/oder I_{2109}^{14a} ist demnach nicht korrekt. Auch die Bedingungsgleichungen 29 und 38 werden in nachfolgenden Ausgleichungen schrittweise eliminiert. Die nun resultierenden Doppeldifferenzen der F_r^s -Werte werden mit den entsprechenden Werten der Bedingungsgleichungen verglichen. Hierbei zeigen sich Abweichungen von 0.09 cycle zwischen der F_r^s -Doppeldifferenz und der Bedingungsgleichung 58. Alle anderen Differenzwerte stimmen mit den Werten der Bedingungsgleichungen fast exakt überein. Nach einer Erhöhung der Sicherheitswahrscheinlichkeit auf 99.9 % können jetzt nur für das Mehrdeutigkeits-Paar 58 neue Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten festgesetzt werden (Tab. 2). Für die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten der Paare 29 und 38 ergeben sich wieder exakt die gleichen Werte wie am Anfang. Nach einem Vergleich der drei möglichen Mehrdeutigkeits-Paare mit der berechnete-

Tab. 2: Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten der Ausgleichungen 6–8 und resultierende Korrelaten

	Satellit s	Station r	I_{1rb}^{sa} [cycle]	I_{2rb}^{sa} [cycle]	Mehrdeutigkeits-Paar [cycle]	Korrelate
a	14	109	15856634	12809183	5875452.44	5.615
b	14	109	15856635	12809184	5875452.66	0.608
c	14	109	15856638	12809188	5875452.55	3.111

ten Doppeldifferenz F_{109b}^{14a} liegt die Vermutung nahe, dass es sich bei den Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten der Zeile b um die gesuchten ganzen Zahlen handelt. Für die Bedingungsgleichungen a und b werden zur Kontrolle in zwei Ausgleichungen neue Korrelaten berechnet. Die Ergebnisse (Spalte 7 der Tab. 2) bestätigen die Vermutung, da k_b den kleinsten Betrag der ausgewiesenen Werte annimmt. Die gesamte Überprüfung der Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten anhand der Korrelaten führt zu folgendem Ergebnis: Die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten der Gleichungen 1–57 und 59–64 können bestätigt werden. Berichtigt werden die Werte der Gleichung 58. Zusätzlich können die ganzen Zahlen der Gleichungen 66 und 68 fixiert werden.

Eine Transformation der Sollkoordinaten auf die Koordinaten der fixed-Lösung¹, errechnet mit den akzeptierten Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten, mit einem mittleren Transformationsfehler von 0.0059 m bringt Restklaffungen von maximal 0.012 m hervor (Abb. 6). Zur weiteren Kontrolle dieses Ergebnisses wird eine float-Lösung berechnet, wobei diesmal die Sollkoordinaten aller Stationen verwendet und festgehalten werden. Aus den daraus folgenden H_r^s - und F_r^s -Werten werden Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten berechnet, die zum Vergleich mit den bisherigen Werten dienen. Übereinstimmungen ergeben sich für die Werte der Gleichungen 1–57, 59–64, 66 und 68. Der neue Wert für das Mehrdeutigkeits-Paar 58 wird auch bestätigt, wodurch die Korrektur im Rahmen der Untersuchung der Korrelaten gerechtfertigt wird. Ein Festsetzen der Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten ist für diesen Datensatz mit einem Messintervall von 60 sec bei einer Beobachtungszeit von 4 h möglich.

4 Diskussion

Für die Auflösung von Mehrdeutigkeiten in kleinräumigen Netzen existieren zahlreiche Verfahren, mit denen die L_1 -und L_2 -Mehrdeutigkeiten relativ unproblematisch direkt als ganze Zahlen bestimmt werden können. Bei zunehmenden Basislinienlängen ergeben sich jedoch größere Schwierigkeiten durch die räumliche Variation der Ionosphäre und den damit auftretenden Wegverzögerungen. Für die Auswertung von GPS-Phasendifferenzdaten bei großen Punktabständen sind drei Verfahren von besonderer Bedeutung. Der erste der drei zu nennenden Algorithmen stützt sich auf die Bildung der Melbourne-Wübbena-Linearkombination, einer Kombination aus den Phasenmessungen auf L_1 und L_2 mit den P-Code-Messungen auf L_1 und L_2 . Gelöst werden hier zuerst die Wide-Lane-Mehrdeutigkeiten², aus denen dann die L_1 -und die L_2 -Mehrdeutigkeiten hervorgehen. Mit der Melbourne-Wübbena-Linearkombination lassen sich exakte Werte für die Mehrdeutigkeiten für Basislinienlängen bis zu 2000 km berechnen (Mervart 1995). Stehen keine präzisen Zweifrequenz-Code-Messungen zur Verfügung, bildet die ionosphärische Refraktion für die Auflösung der Mehrdeutigkeiten in großräumigen Netzen den limitierenden Faktor. Mit dem zweiten Verfahren, der QIF-Strategie (Quasi-Ionosphere-Free-Verfahren), sind ebenfalls gute Resultate hinsichtlich der Auflösung der Mehrdeutigkeiten zu erreichen. Grundlage für die Gewinnung von ganzen Zahlen für die Mehrdeutigkeiten bildet ausschließlich die Ausgleichung von Phasendoppeldifferenzen. Die QIF-Methode kommt ohne präzise Code-Messungen auf sehr gute Ergebnisse bei Basislinienlängen bis zu 1000 km. In Abhängigkeit von den ionosphärischen Bedingungen werden die Ergebnisse jedoch bei noch größeren Punktabständen schlechter (Mervart 1995). Es wirkt sich dabei nachteilig aus, dass Originalmessungen nur in Form von Phasendoppeldifferenzen verarbeitet werden und die Mehrdeutigkeitslösung nur basislinienweise möglich ist. Eine dritte Möglichkeit wird durch die Erzeugung von genauen float-Lösungen aus sehr langen GPS-Messungen gegeben. Verwendung finden dabei Daten mit Beobachtungszeiten bis zu mehreren Tagen, was mit einer hohen Mess- und Auswertezeit einhergeht.

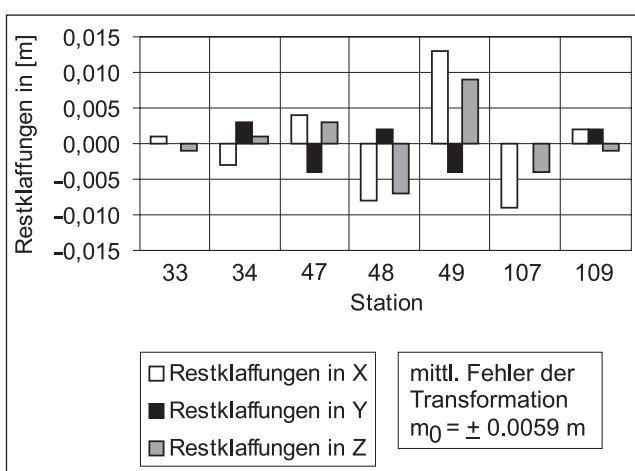


Abb. 6: Restklaffungen aus der Transformation der Sollkoordinaten auf Koordinaten der fixed-Lösung

1 Ausgleichung, bei der gelöste Mehrdeutigkeiten festgehalten werden.

2 Die Wide-Lane-Mehrdeutigkeit entspricht der Differenz aus der L_1 - und der L_2 -Mehrdeutigkeit.

Die Vorteile der TUB-Methode sind in der Auswertung der Originaldaten und der Berechnung der Qualitätskriterien zu sehen. Eine gezielte Fehlersuche sowie die Beurteilung der berechneten Mehrdeutigkeiten wird ermöglicht. Da weder Differenzen noch Linearkombinationen der Originalmessungen gebildet werden, bleibt der Noise-Level niedrig und die Konfidenzintervalle – Suchbereiche für die Mehrdeutigkeiten – werden nicht künstlich vergrößert. In einem iterativen Prozess können die Mehrdeutigkeiten des gesamten Netzes gelöst werden. Als besonders erfolgversprechend zeigt sich der Ansatz, Mehrdeutigkeiten zu testen, indem sie in Form von Bedingungsgleichungen ins Normalgleichungssystem eingeführt werden. Durch die Untersuchung der Lagrangeschen Faktoren werden Fehler in den ganzen Zahlen aufgedeckt, die z.B. durch die Verwendung von broadcast-Ephemeriden hervorgerufen werden. Liegen mehrere ganze Zahlen in den Konfidenzintervallen, fungieren die Korrelaten als Entscheidungshilfen. Wichtig ist dabei, die Korrelaten datensatzspezifisch untereinander zu vergleichen, da ihre Beträge in Abhängigkeit von der Basisliniellänge und den verwendeten Bahnen insgesamt höher oder niedriger ausfallen. Präzise float- und fixed-Lösungen ergeben sich schon nach relativ kurzen Beobachtungszeiten. Bei Datensätzen mit Basislinien bis zu 100 km können alle Mehrdeutigkeiten festgesetzt werden. Erst bei Punktabständen im Bereich von 700 bis 1000 km kommt es zu Modellengenauigkeiten, so dass die Mehrdeutigkeiten nicht mehr zu 100% gelöst werden konnten. In allen Fällen ergeben sich zuverlässige Ergebnisse für die Basislinienkomponenten Δx , Δy und Δz . Aus den Helmerttransformationen der Ergebniskoordinaten auf die jeweiligen Sollkoordinaten der einzelnen Datensätze gehen bei Punktabständen bis zu 100 km maximale Restklaffungen von ± 1.3 cm hervor und bei Entfernungen bis zu 1000 km liegen die Klaffungen bei maximal ± 2.5 cm. Als sinnvoll erweist sich, die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten eines Datensatzes mit verschieden langen Beobachtungszeiten durchzuführen, da somit eine zusätzliche Überprüfung der Ergebnisse möglich ist. Eine Mehrdeutigkeitsbestimmung ist nicht mehr möglich, wenn keine ganzen Zahlen im Konfidenzintervall liegen oder für alle Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten mehrere ganze Zahlen die notwendigen Bedingungen so erfüllen, dass sich die jeweiligen L_1/L_2 -Mehrdeutigkeits-Paare zu wenig voneinander unterscheiden. Die Ursachen dafür sind generell

in Bahnfehlern, instrumentellen Fehlern oder Störungen in der Ionosphäre zu finden. Zur Untersuchung der TUB-Methode hinsichtlich der Auflösung von Mehrdeutigkeiten bei großräumigen Netzen mit Basislinien bis zu 2000 km sind weitere Arbeiten notwendig. Die Verwendung der Korrelaten als Indikatoren für fehlerhafte Parameter kann so ausgeweitet werden, dass auch andere Unbekannte wie z.B. Zenitrefraktionen getestet werden. Denkbar ist auch eine Überprüfung der Mehrdeutigkeiten durch Korrelaten im Rahmen von Echtzeitlösungen.

Literatur

- Gehlich, U.: A Crossover-Technique for Ionospheric TEC Determination from GPS-Phasemeasurements and for L1, L2 Ambiguity Fixing, Proceedings of the Workshop: Modelling the Ionosphere for GPS Applications, Sept. 29–30, 1993.
- Gehlich, U. und Lelgemann, D.: Zur Parametrisierung von GPS-Phasenmessungen, Zeitschrift für Vermessungswesen, Nr. 6, 262–270, 1997.
- Goad, C.: Precise Relative Position Determination Using Global Positioning System Carrier Phase Measurements in a Nondifference Mode, Proceedings First International Symposium Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, Maryland, 1985.
- Mervart, L.: Ambiguity Resolution Techniques in Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System, Schweizerische Geodätische Kommission, Vol. 53, 1995.
- Reissmann, G.: Die Ausgleichsrechnung, 5. Auflage, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1980.
- Wziontek, H., Wienholz, K. and Lelgemann, D.: On the Interpretation of the Lagrange's Multipliers as a measure of Constraint in Adjustment Problems, Proceedings of the fourth international symposium "Turkish-German Joint Geodetic Days", 777–783, 2001.
- Wienholz, K.: Zur Bestimmung der GPS-Phasenmehrdeutigkeiten in großräumigen Netzen, Deutsche Geodätische Kommission, Heft 566, Dissertation, Reihe C, 2003.

Anschrift der Autorin

Dr.-Ing. Kerstin Groth
Technische Universität Berlin
Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik
Straße des 17. Juni 135
D-10623 Berlin
Tel.: 030 314-23205, Fax: 030 314-21973
kerstin@mca.bv.tu-berlin.de