

Hochpräzise Erfassung von Strahlführungselementen des Elektronenlinearbeschleunigers S-DALINAC

Michael Lösler, Michaela Arnold, Hermann Bähr, Cornelia Eschelbach, Thore Bahlo, Ruben Grewe, Florian Hug, Lars Jürgensen, Philipp Winkemann und Norbert Pietralla

Zusammenfassung

Am Supraleitenden Darmstädter Elektronenlinearbeschleuniger (S-DALINAC) des Instituts für Kernphysik der Technischen Universität Darmstadt erfolgte im ersten Quartal 2015 die Erfassung der räumlichen Ausrichtung von Dipol- und Quadrupolmagneten sowie der Strahlführung zwischen den Kryostatmodulen mit einem mobilen Lasertracker Leica AT401. Die erhobenen Daten dienen zur Rekonstruktion aller Magnetpositionen des Teilchenbeschleunigers und sind die Grundlage für die Erweiterung des S-DALINAC um eine zusätzliche Rezirkulationsstrahlführung und den Umbau eines weiteren Strahlführungsabschnittes. Die Auswertung der Lasertracker-Messungen wird mittels Bündelausgleichung unter Berücksichtigung eines umfassenden stochastischen Modells, das durch eine Unscented Transformation abgeleitet wird, prozessiert. Zur Bestimmung der räumlichen Ausrichtung der Magneten und zur Ableitung des Strahlorbits werden Schätzungen von geometrischen Primitiven (Ebenen, Doppelzylinder) herangezogen.

Summary

In the first quarter of 2015, the alignment of the dipole and quadrupole magnets as well as the beam-line between the cryostat modules of the superconducting Darmstadt linear electron accelerator (S-DALINAC) were surveyed by a mobile laser tracker AT401 (Leica). The collected data are used to reconstruct the trajectory of the beam and for planning modifications and extensions of the system. To analyse the observed data of the laser tracker, a spatial bundle adjustment is applied. To mitigate linearization errors, the unscented transformation is introduced for deriving the stochastic model during the network adjustment. To determine the orientation of the magnets, geometric primitives (planes, double-cylinders) are fitted.

Schlüsselwörter: Teilchenbeschleuniger, Messtechnik, Lasertracker, Bündelausgleichung, Unscented Transformation

1 Elektronenbeschleuniger S-DALINAC

Der S-DALINAC (Superconducting DArmstadt LInear electron ACcellerator) ist ein supraleitender, zweifach rezirkulierender Linearbeschleuniger für Elektronenstrahlen am Institut für Kernphysik der Technischen Universität Darmstadt (vgl. Richter 1996). Abb. 1 zeigt einen Grundriss des seit 1991 betriebenen Großgeräts.

Der Elektronenstrahl wird entweder in einer thermionischen Kathode erzeugt und auf 250 keV elektrostatisch vorbeschleunigt oder mit einer elektrostatischen Vorbeschleunigung von bis zu 125 keV in einer Quelle zur Erzeugung von spin-polarisierten Elektronen produziert. In der danach folgenden normalleitenden Chopper-Prebuncher-Sektion wird der Strahl auf die Hochfrequenzbeschleunigung mit 3 GHz im Dauerstrichbetrieb (continuous wave, cw) vorbereitet und erhält die dafür benötigte Zeitstruktur aufgeprägt. Die Zeitstruktur beschreibt hierbei die zeitliche Abfolge von Elektronenpaketen (Bunche) mit der jeweils korrekten Paketlänge für eine optimale Beschleunigung in einem hochfrequenten elektromagnetischen Wechselfeld bei 3 GHz. Die Elektronenpakete werden dann im supraleitenden Injektorbeschleuniger von einer zwei-, einer fünf- und zwei 20-zelligen supraleitenden Niobstrukturen um bis zu 10 MeV beschleunigt.

Die supraleitenden Beschleunigungsstrukturen liegen in mehreren aneinandergereihten Kryostaten in einem Bad aus flüssigem Helium. Durch die Reduktion des Dampfdrucks auf 35 mbar wird die Betriebstemperatur von 2 K erreicht. In den Kryostatmodulen wird das Heliumbad von einem Schild aus flüssigem Stickstoff bei 77 K, einem Isoliervakuum und weiteren Isolationsmaterialien thermisch gegen die Raumtemperatur isoliert.

Nach dem Injektorbeschleuniger kann der Strahl am DHIPS (Darmstadt High-Intensity Photon Setup) (vgl. Sonnabend et al. 2011) für Experimente verwendet werden oder über den 180°-Injektorbogen in den Hauptbeschleuniger eingeschossen werden. Im Hauptbeschleuniger, der aus acht weiteren 20-zelligen supraleitenden Beschleunigungskavitäten besteht, kann der Strahl bei einem Durchgang um bis zu weitere 40 MeV beschleunigt werden. Die Extraktion in die Experimentierhalle kann so mit bis zu 50 MeV oder bei Nutzung von einer bzw. zwei Rezirkulationen des Elektronenstrahls für einen zweiten oder einen dritten Beschleunigerdurchgang mit bis zu 90 MeV bzw. 130 MeV erfolgen. In der Experimentierhalle stehen die beiden Spektrometer LINTOTT (vgl. Schüll et al. 1978) und Q-CLAM (vgl. Knirsch 1991, Lüttge et al. 1995) sowie der Niederenergie-Photonentagger NEPTUN (vgl. Lindenberg 2007, Savran et al. 2010) für Experimente bereit.

1.1 Messtechnische Erfassung der Dipol- und Quadrupolmagnetpositionen

Zur Bestimmung des Strahlverlaufs des S-DALINAC ist die räumliche Ausrichtung der Dipol- und Quadrupolmagnete entlang der Strahlführung sowie der Achsverlauf des Strahlrohrs zwischen den Kryostatmodulen messtechnisch zu erfassen. Die erhobenen Daten geben Auskunft

Abb. 3 zeigt die verschiedenen Ausführungen der verbauten Magnete. Die Dimensionen dieser Magnete sind in Tab. 1 zusammengestellt. Während die 26 größeren blauen Dipolmagnete den Strahl ablenken, dienen die 15 gelben und 25 grauen Quadrupolmagnete der Strahlfokussierung.

Zusätzlich zu den Magneten ist der Verlauf der Strahlführung zwischen den supraleitenden Kryostatmodulen

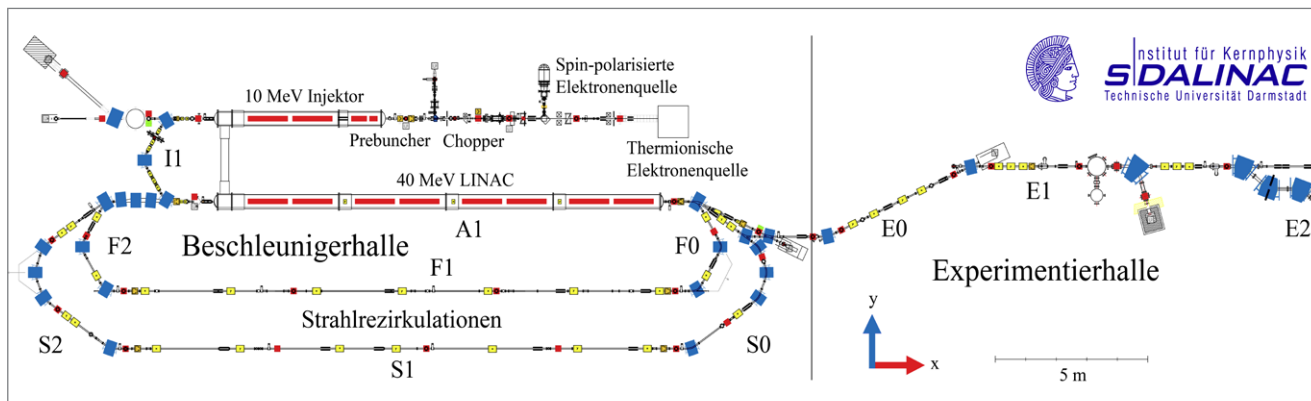


Abb. 1: Übersichtsplan mit Bereichskennzeichnung des S-DALINAC. Die Beschleunigerhalle mit den Elektronenquellen, dem Injektor, dem Hauptbeschleuniger und zwei Strahlrezirkulationen liegt im linken Planteil, rechts befindet sich ein Ausschnitt aus der Experimentierhalle, der sogenannte Bunkerbereich. In der Strahlführung dargestellt sind die Dipolmagnete (blau), die Quadrupolmagnete (gelb) sowie die Kryostatmodule mit je zwei Kavitäten (rot).



Abb. 2: S-DALINAC Strahlführung in der Beschleunigerhalle (links), verwinklelter Bunkerbereich der Experimentierhalle (rechts)

über den gegenwärtigen Elektronenstrahlverlauf und dienen als Grundlage für die Planung zum Umbau und zur Erweiterung des Beschleunigers. Abb. 1 zeigt einen Ausschnitt des S-DALINAC mit den messtechnisch zu erfassenden Magneten und der Strahlführung im Bereich der Beschleuniger- und Experimentierhalle. Beide Hallen sind durch eine Wandöffnung und einen aus Gründen des Strahlenschutzes verwinkelten Durchgang miteinander verbunden. Einen visuellen Eindruck des Laborbereichs gibt Abb. 2.

Insgesamt sind Position und Orientierung von 66 Magneten (26 Dipol- und 40 Quadrupolmagnete) entlang der Strahlführung aufzunehmen, die in drei unterschiedlichen Bautypen in die Strahlführung integriert wurden.

messtechnisch zu erfassen. Die Kryostatmodule mit je zwei Kavitäten, die den Elektronenstrahl beschleunigen, befinden sich im Abschnitt A1 bzw. I1, vgl. Abb. 1. Die Kavitäten sind in Abb. 1 rot dargestellt. An den sechs Verbindungsstellen zwischen den Kryostatmodulen kann hierzu ein wenige Zentimeter langes Segment des zylindrischen Strahlrohrs taktil aufgenommen und die Achse bestimmt werden.

Zur Spezifizierung der einzuhaltenden Toleranz wurden am Institut für Kernphysik im Vorfeld Strahldynamiksimulationen durchgeführt. Im Rahmen der darauf basierenden Worst-Case-Abschätzung wurden die Auswirkungen von Fehlpositionierungen und -ausrichtungen der Magnete auf den Elektronenstrahl simuliert. Die

Tab. 1: Anzahl und Dimension der verbauten Magnete

Typ	Dipol	Quadrupol	
Farbe	blau	gelb	grau
Anzahl	26	15	25
Länge, Breite, Höhe [cm]	ca. 35 × 50 × 30	ca. 30 × 20 × 20	ca. 15 × 10 × 10

ermittelte maximal tolerierbare Positionsabweichung für die sensibelste Komponente beträgt 0,5 mm und die räumliche Orientierungsabweichung der Dipolmagneten entlang der Strahlführung sollte 0,5 mm/m nicht überschreiten. Aufgrund der hohen Genauigkeitsanforderungen

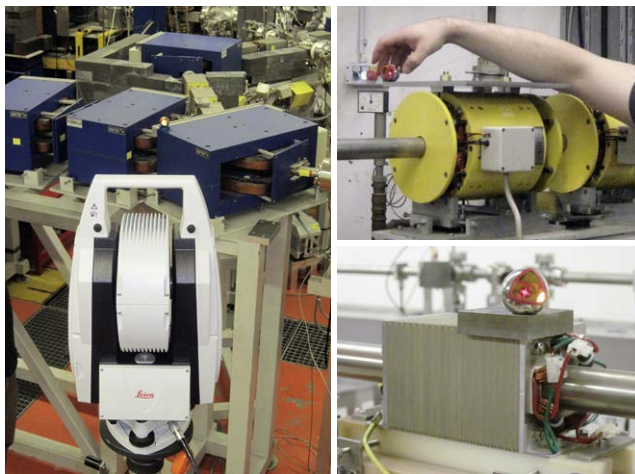


Abb. 3: Dipole (blau, links) und Quadrupole (gelb bzw. grau, rechts) mit Aufnahmeadapter

wurde für die Messungen der mobile Lasertracker AT401 (Leica) eingesetzt, der mit einem Maximum Permissible Error¹ (MPE) von $15 \mu\text{m} + (6 \mu\text{m})/\text{m}$ spezifiziert ist (vgl. Hexagon Metrology 2012). Bei einer Messdistanz zwischen Instrument und Objekt von 30 m entspricht dies einem MPE von 0,2 mm für eine Einzelmessung. Durch die Hinzunahme von weiteren Standpunkten kann dieser Wert noch verringert werden. Voruntersuchungen des Labors haben ergeben, dass bei Verwendung eines geprüften und kalibrierten Instruments kaum Genauigkeitseinbußen zu erwarten sind, wenn die Messungen nur in einer Lage ausgeführt werden. Dies führt einerseits zu einer Steigerung der Wirtschaftlichkeit, andererseits ist dieser Umstand bei der Abschätzung der Unsicherheiten jedoch zu berücksichtigen, siehe auch Abschnitt 2. Auf den Einsatz zusätzlicher Sensoren wie bspw. Neigungsmesser wurde verzichtet, da die vorgegebenen Toleranzen durch den Einsatz eines Lasertrackers eingehalten werden.

Bei diesen Genauigkeitsanforderungen hat die Temperatur einen wesentlichen Einfluss auf elektro-optische Distanzmessungen (EDM) und die resultierende Punkt-

genauigkeit. Insbesondere schwer erfassbare, lokale Temperaturschwankungen im Verlauf des Messstrahls führen zu Abweichungen in der Streckenmessung (vgl. Eschel-

bach 2007; Rüeger 1996, S. 48 ff.). Um den Einfluss der Temperatur abzuschätzen, wurde diese vor Messbeginn über mehrere Tage hinweg in den Bereichen F0-F1 und F1-F2 in der Beschleunigerhalle sowie in den Bereichen E0-E1 und E2 im Experimentierbereich registriert, siehe Abb. 1. Der Verlauf aller erfassten Temperaturen zeigte eine räumliche und zeitliche Spannweite von ca. $1,5^\circ\text{C}$, sodass von sehr stabilen Verhältnissen auszugehen ist und auf die Einrichtung eines meteorologischen Sensornetzes verzichtet werden kann. Die kontinuierlich am Instrumentenstandpunkt erfasste Temperatur kann als repräsentativ für den gesamten Messbereich betrachtet werden.

Die Aufnahme der Quadrupolmagnete erfolgte einheitlich durch das Einmessen von vier vorgegebenen Referenzpunkten, die durch Bohrungen auf einer Adapterplatte realisiert sind, vgl. Abb. 3 (rechts). Zusätzlich zu den vier Referenzpunkten wurden bei den gelben Quadrupolen zwei in Strahlrichtung liegende Gehäusebohrungen mitbestimmt. Diese Referenzpunkte werden zur späteren Überführung der magnetischen Achsen in das geometrische System des Lasertrackers benötigt. Hierzu wird durch taktilen Messen mittels Hallsonde ein Koordinatensystem mit Bezug zu den Referenzpunkten am Magneten definiert und die magnetische Achse abgeleitet. Die Referenzpunkte an den Magneten fungieren somit als Verknüpfungspunkte, um die magnetische Achse ins geometrische System zu überführen. Die Rekonstruktion der magnetischen Achse ist nicht Bestandteil der hier vorgestellten Messkampagne und wird vom Institut für Kernphysik durchgeführt. Die blauen Dipole besitzen in der Regel drei Gehäusebohrungen. Lediglich die Separations- und der Rekombinationsdipolmagnet, die sich an den Eintritts- bzw. Austrittsstellen der Rezirkulationen in den Bereichen F0-S0 bzw. F2-S2 befinden (siehe Abb. 1), sind mit sieben Bohrungen versehen. Der Separationsdipol spaltet hierbei den vom Hauptbeschleuniger kommenden Strahl, der aus einer Mischung von bis zu vier Energien besteht, in die einzelnen Rezirkulationen bzw. die Extraktionsstrahlführung auf. Der Rekombinationsdipol, der eine gespiegelte Version des Separationsdipols darstellt, vereinigt die bis zu drei einzelnen Strahlen aus den verschiedenen Rezirkulationen zu einem gemeinsamen Strahl für den Durchgang durch den Hauptbeschleuniger. Die Erfassung aller Bohrungen erfolgte taktil mit einem glaskörperlosen 1,5"-Corner-Cube-Reflektor (CCR). Auf den Einsatz von Glaskörperreflektoren wurde vollständig verzichtet, da diese bei ungenauer Ausrichtung aufgrund

¹ Maximale Abweichung zwischen der gemessenen und der tatsächlichen räumlichen Position. Der MPE ist mit dem aus der Statistik bekannten 99,9 % Konfidenzintervall vergleichbar.

der unterschiedlichen Brechungsindizes von Glas und Luft systematische Längs- und Querabweichungen erzeugen und somit genauigkeitslimitierend wirken (vgl. Rüeger 1996, S. 158 ff.; Lösler et al. 2015).

Um die räumliche Orientierung der Dipolmagnete abzuleiten, wurde jede Magneto-oberseite mit ca. 30 gleichmäßig verteilten Punkten erfasst. Der sich ergebende Normalenvektor der Regressionsebene, vgl. Abschnitt 3 bzw. Abb. 4, definiert hierbei den Nick- und Rollwinkel Φ bzw. Ψ des Magneten, ist aber insensitiv gegenüber dem Gieren. Der Gierwinkel Θ ist daher aus den drei Bohrungen, die genähert in Strahlrichtung angeordnet sind, abzuleiten, siehe auch Abb. 4. Die räumliche Orientierung der Quadrupole leitet sich direkt aus den vier bzw. sechs

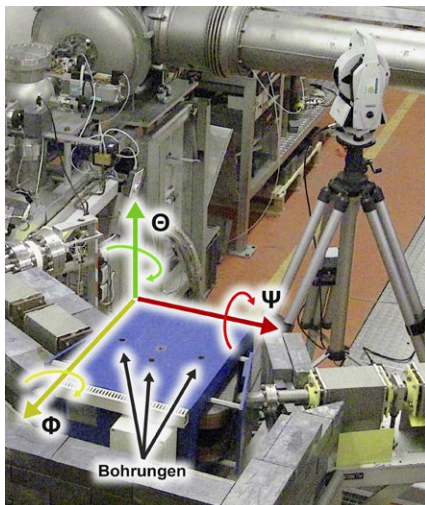


Abb. 4:
Orientierungselemente eines
Dipolmagneten

gemessenen Referenzpunkten ab. Zur Bestimmung der Neigungswinkel Φ bzw. Ψ in Strahlrichtung bzw. senkrecht dazu ist analog zu den Dipolen zu verfahren und der Normalenvektor abzuleiten.

Neben den Magneten ist die Achse der Strahlrohrsegmente zwischen den Kryostatmodulen zu erfassen, die eine Prüfung der Ausrichtung der verbauten Kavitäten zueinander ermöglicht. Da das Magnetfeld in konzentrischen Ringen um die Achse verläuft, wird mit zunehmender Achsabweichung der ablenkende Effekt der Kavitäten stärker. Die Kavitäten müssen im Betrieb supraleitend sein und sich deshalb in einem Bad aus flüssigem Helium befinden. Sie sind somit von außen unzugänglich. Lediglich an den sechs Übergangsstellen der Kryostatmodule kann daher der Achsverlauf messtechnisch erfasst und die Module können zueinander ausgerichtet werden. Bedingt durch kryogene Versorgungsleitungen und Steuerkabel ist eine umrundende Messung der Zylinderachse nicht möglich, vgl. Abb. 5 (links). Um die Zuverlässigkeit der zu bestimmenden Zylinderachse zu erhöhen, wurde ein L-förmiger Adapter entworfen, der an einem Ende zwei CCR magnetisch aufnehmen kann und am anderen Ende auf der Mantelfläche des Zylinders formschlüssig aufsetzt, vgl. Abb. 5 (rechts).

Bei Drehung und Verschiebung des Adapters um das bzw. in Richtung des Strahlrohres bewegen sich beide

CCR jeweils auf einer Zylinderoberfläche mit unterschiedlichen Radien (Doppelzylinder mit einheitlicher Achse), siehe auch Abschnitt 3. Durch die L-Form überdecken beide CCR zum Teil unterschiedliche Bereiche, sodass insgesamt eine größere geometrische Abdeckung erzielt wird, siehe auch Abb. 8. Insgesamt existieren sechs Stellen zur Erfassung der Achse; zwei im Bereich I1 und

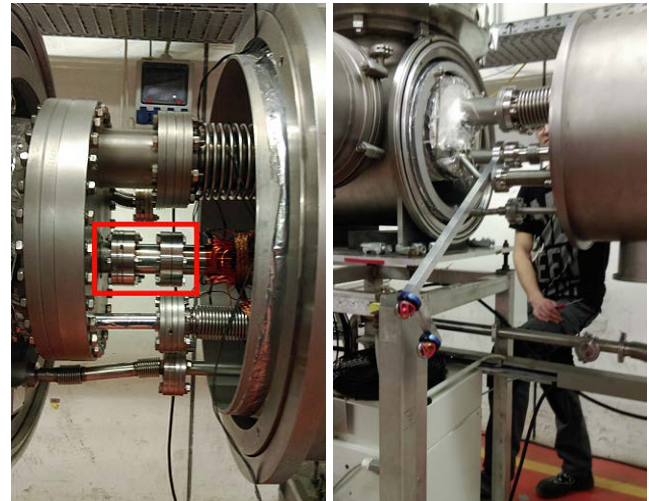


Abb. 5: Strahlrohrsegment (roter Kasten) zwischen Kryostatmodulen (links), L-Adapter mit zwei 1,5"-Corner-Cube-Reflektoren zur Bestimmung der Achse eines Doppelzylinders zwischen den Kryostatmodulen (rechts)

vier im Bereich A1, vgl. Abb. 1. Die Mantelflächen dieser sechs erfassbaren Doppelzylinder wurden in Abhängigkeit der Zylinderlänge und des sichtbaren Bereichs mit 20 bis 40 Punkten erfasst.

Um die Zuverlässigkeit zu steigern, wurden alle definiert signalisierbaren Objektpunkte an den Magneten von zwei Instrumentenstandpunkten unabhängig und redundant aufgenommen. Die Erfassung der Ebenen- und der Doppelzylinderpunkte erfolgte, bis auf zwei Ausnahmen, ebenfalls doppelt von getrennten Standpunkten. Insgesamt waren hierfür 31 Standpunkte nötig.

Zur dauerhaften Realisierung des lokalen Bezugsrahmens wurden im Vorfeld 18 sogenannte Drift-Nester zur magnetischen Aufnahme von 1,5"-Kugelreflektoren an den Laborwänden fest verschraubt. Der S-DALINAC befindet sich unter Tage, sodass diese Laborwände – sofern es sich nicht um eine Innenwand handelt – von Erdreich umgeben sind. Alle Wände sind aus Barytbeton und weisen aufgrund von Strahlenschutzbestimmungen eine Stärke von mind. 1 m auf. Sie können als stabil angesehen werden, wie Netzkontrollmessungen belegen, die im Herbst 2015 durchgeführt wurden.

Die vollständige Aufnahme konnte innerhalb von sechs Messtagen realisiert werden, die sich über einen Zeitraum von zwei Wochen erstreckten. Die Messungen wurden durch die flexible Standpunktwahl des AT401 stark begünstigt. Zum einen ermöglichte das eingesetzte Industriestativ bei Bedarf eine Instrumentenhöhe von bis zu 2,5 m, um optimale Sichten auf die Objekt- und

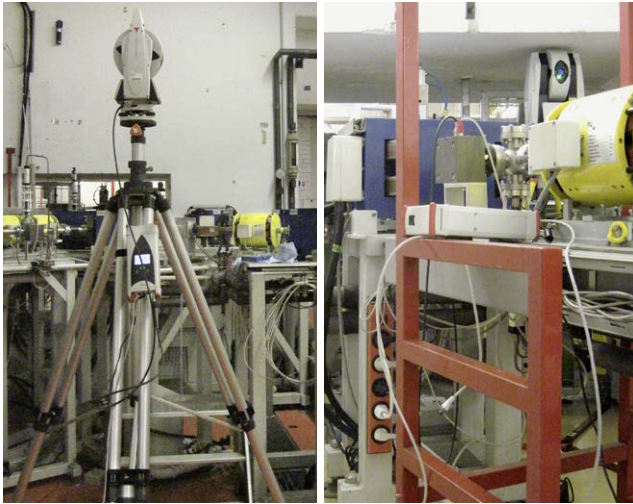


Abb. 6: AT401 auf ca. 2,30 m Instrumentenhöhe zur Aufnahme der Magnetpositionen (links) und ca. 1,2 m Instrumentenhöhe zur Netzmessung zwischen Beschleunigerhalle und Bunkerbereich (rechts)

Netzknoten zu gewährleisten, vgl. Abb. 6 (links). Zum anderen konnte der Lasertracker auch auf beengtem Raum problemlos stationiert werden, vgl. Abb. 6 (rechts). Dies war u.a. erforderlich, um die Netzabschnitte der Beschleunigerhalle und des Bunkerbereichs miteinander zu verknüpfen. Zusätzlichen Unsicherheiten, die durch das Stativ verursacht werden können (z.B. Depenthal 2004), sind im stochastischen Modell in (6) Rechnung zu tragen.

2 Bündelausgleichung

2.1 Funktionales Modell

Die Netzausgleichung ist in der Prozessierungskette häufig der erste Schritt der Datenveredlung. In dieser Analyse werden die erhobenen Beobachtungen unter Berücksichtigung ihrer Messunsicherheiten miteinander verknüpft und die Koordinaten der beobachteten Punkte sowie deren Unsicherheiten in Form einer Unsicherheitsmatrix in einem einheitlichen Bezugsrahmen bestimmt.

Während sich Messungen in der Ingenieurgeodäsie üblicherweise am lokalen Schwerfeld orientieren, wird in der industriellen Messtechnik der Bezug zum Schwerfeld in der Regel vernachlässigt, da sich Instrumente wie Koordinatenmessmaschinen oder Lasertracker nicht am Schwerfeld orientieren. Die Verknüpfung der Messungen erfolgt üblicherweise durch eine koordinatenbasierte Auswertestrategie (z.B. Calkins 2002). Während Koordinatenmessmaschinen direkt kartesische Koordinaten der diskret gemessenen Punkte bereitstellen, sind die Messelemente von polaren Instrumenten noch umzuformen.

$$\mathbf{p}_{i,j}(\Theta, \Phi, d) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{i,j} = \begin{pmatrix} d \sin \Phi \cos \Theta \\ d \sin \Phi \sin \Theta \\ d \cos \Phi \end{pmatrix}_{i,j}. \quad (1)$$

Hierbei ergeben sich die kartesischen Koordinaten eines Raumpunktes \mathbf{p}_i , der vom j -ten Instrumentenstandpunkt aus gemessen wurde, aus der Schrägdistanz d und dem Gier- bzw. Nick-Winkel Θ und Φ (z.B. Ulrich 2013). Die Verknüpfung der einzelnen Standpunktsysteme zu einem übergeordneten Bezugsrahmen erfolgt über homologe Punkte durch verkettete, räumliche Koordinatentransformation. Bei der Selektion der homologen Punkte ist auf eine gute räumliche Verteilung zu achten, damit die resultierenden Transformationsparameter zuverlässig geschätzt werden können. Die Wahl der möglichen Transformationsparameter, die pro Standpunkt im Rahmen der Netzausgleichung mitgeschätzt werden könnten, ist problembezogen abzuwägen (vgl. Lösler und Eschelbach 2014), um geometrische Objekteigenschaften wie Rundheit, Parallelität oder Rechtwinkligkeit durch die gewählten Transformationsparameter zu wahren. Ferner ist die Anzahl der Zusatzparameter auf ein Mindestmaß zu reduzieren, um Überparametrierungen zu vermeiden (vgl. Lehmann 2014). Im Allgemeinen beschränkt man sich daher auf maximal sechs Transformationsparameter pro Standpunkt, drei Drehungen ϵ_x , ϵ_y und ϵ_z , die zu einer Rotationsmatrix \mathbf{R} zusammengefasst werden, und drei Translationen $\mathbf{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$.

$$\mathbf{p}_{i,j} = \mathbf{t}_j + \mathbf{R}_j \tilde{\mathbf{p}}_i. \quad (2)$$

Die gemeinsame Bestimmung der Transformationsparameter und der Koordinaten $\tilde{\mathbf{p}}_i$ im übergeordneten Bezugsrahmen kann im Gauß-Markov-Modell (GMM) erfolgen (z.B. Caspary und Wichmann 2007, S. 89 ff.).

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{l} + \mathbf{v}. \quad (3)$$

Hierbei sind \mathbf{A} die Designmatrix mit den partiellen Ableitungen nach den Unbekannten $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_p^T \ \mathbf{x}_{t_1}^T \ \mathbf{x}_{t_2}^T \ \dots \ \mathbf{x}_{t_k}^T]^T$, \mathbf{l} der (gekürzte) Beobachtungsvektor und \mathbf{v} der Vektor der Beobachtungsresiduen. Die Designmatrix \mathbf{A} lässt sich durch Spaltensortierung in einen koordinatenbezogenen Anteil \mathbf{A}_p und einen Anteil \mathbf{A}_T , der die Transformationsparameter der k Standpunkte enthält, partitionieren.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{p,1} & \mathbf{A}_{T,1} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}_{p,2} & 0 & \mathbf{A}_{T,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{p,k} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{A}_{T,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_{t_1} \\ \mathbf{x}_{t_2} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{t_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{p,1} \\ \mathbf{l}_{p,2} \\ \vdots \\ \mathbf{l}_{p,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{p,1} \\ \mathbf{v}_{p,2} \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{p,k} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Der im Rahmen einer freien Netzausgleichung auftretende Rangdefekt der Normalgleichung ist durch das Einführen von zusätzlichen Bedingungsgleichungen im GMM zu beheben (vgl. Caspary und Wichmann 2007, S. 100 ff.; Lösler und Eschelbach 2012). Die aus (4) resultierenden Koordinaten liegen somit in einem echten räumlichen kartesischen Koordinatensystem, welches keinen Bezug zum Erdschwerfeld besitzt.

2.2 Stochastisches Modell

Die Umformung der polaren Beobachtungen in lokale kartesische Koordinaten \mathbf{p}_j durch (1) setzt zum einen fehlerfreie Messelemente und zum anderen ein Instrument voraus, dessen Geometrien mechanisch perfekt umgesetzt sind. Beide Bedingungen sind nicht erfüllbar. Die Genauigkeit der Messelemente wird durch das Auflösungsvermögen, durch Temperaturschwankungen im Zeitraum der Messung oder durch Zentrierabweichungen limitiert. Bei der Konstruktion von Instrumenten kommt es zu fertigungsbedingten Abweichungen vom idealen geometrischen Modell. Ein Schnittpunkt zwischen Steh- und Kippachse oder das Zentrum eines Teilkreises lassen sich nur mit endlicher Genauigkeit realisieren. Ein Großteil der instrumentenbezogenen Abweichungen wird vom Hersteller bestimmt, als Korrekturwerte im Instrument hinterlegt und direkt an den Rohdaten angebracht. Restabweichungen lassen sich durch Feldprüfverfahren vom Anwender ermitteln oder können durch spezielle Messanordnungen teilweise eliminiert werden. Da auch die Bestimmung der Korrekturparameter mit Unsicherheiten behaftet ist, verbleibt eine Restunsicherheit für die erhobenen Daten, der im stochastischen Modell der Ausgleichsrechnung Rechnung zu tragen ist.

Basierend auf dem Ansatz von Muralikrishnan et al. (2009) leiten Hughes et al. (2011) ein geometrisches Kompensationsmodell für einen Lasertracker her, welches fertigungsbedingte Abweichungen beschreibt. Gleichung (1) zur Bestimmung eines kartesischen Punktes aus polaren Messelementen geht hierzu über in

$$\mathbf{p}_{i,j}(\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{d}) = \mathbf{b}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) + \hat{d} \mathbf{n}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) \quad (5)$$

bzw. unter Berücksichtigung der Position \mathbf{p}_j des Standpunktes

$$\mathbf{p}_{i,j}(\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{d}) = \mathbf{p}_j + \mathbf{b}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) + \hat{d} \mathbf{n}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) \quad (6)$$

mit

$$\mathbf{b}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) = \mathbf{R}_{\hat{\theta}}^z \begin{bmatrix} e_{\theta,\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\hat{\theta}}^z \mathbf{R}_{\kappa}^x \mathbf{R}_{\hat{\phi}-\frac{\pi}{2}}^y \mathbf{R}_{-\kappa}^x \begin{bmatrix} t_{d_x} - e_{\theta,\phi} \\ t_{d_y} \\ t_{d_z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

und

$$\mathbf{n}(\hat{\theta}, \hat{\phi}) = \mathbf{R}_{\hat{\theta}}^z \mathbf{R}_{\kappa}^x \mathbf{R}_{\hat{\phi}-\frac{\pi}{2}}^y \mathbf{R}_{-\kappa}^x \mathbf{R}_{\nu}^z \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Die Abweichung zwischen Steh- und Kippachse wird im Vektor \mathbf{b} durch $e_{\theta,\phi}$ beschrieben und $\mathbf{t}_d = [t_{d_x} \ t_{d_y} \ t_{d_z}]$ parametrisiert die exzentrisch gelagerte Position des Distanzmessers. Der Kippachsfehler κ und der Zielachsfehler ν sind im Vektor \mathbf{n} zusammengefasst (siehe Hughes et al. 2011).

An die Stelle der originären Beobachtungen θ , ϕ und d in (1) treten in (5), (7) bzw. (8) die um die instrumenten- und messprozessbezogenen Abweichungen korrigierten Beobachtungen $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ und \hat{d} (vgl. Hughes et al. 2011, Lösler und Eschelbach 2012).

$$\hat{d} = (1 + \mu + \zeta_d) d + \lambda + \tau_d + \xi_d, \quad (9)$$

$$\hat{\theta} = \theta + \tau_{\theta} + \xi_{\theta} + \frac{\zeta_{\theta}}{d} + \sum_{q=1}^{n_q} (a_{\theta,q} \cos q\theta + b_{\theta,q} \sin q\theta), \quad (10)$$

$$\hat{\phi} = \phi + \tau_{\phi} + \xi_{\phi} + \frac{\zeta_{\phi}}{d} + a_{\phi,0} + \sum_{q=1}^{n_q} (a_{\phi,q} \cos q\phi + b_{\phi,q} \sin q\phi). \quad (11)$$

Die Abweichungen der Winkencoder werden hierbei durch eine Fourier-Reihe mit den Koeffizienten a_q und b_q approximiert. Laboruntersuchungen von Lewis et al. (2013) zeigen, dass der Entwicklungsgrad der Fourier-Reihe auf $n_q = 2$ beschränkt werden kann. Die Streckenmessung setzt sich aus einem Instrumentenmaßstab μ und einer Nullpunktabweichung λ zusammen. Da λ und t_{d_x} gleichgerichtet wirken, kann in (7) $t_{d_x} = 0$ gesetzt werden (vgl. Hughes et al. 2011). Da sich die Messunsicherheiten nicht ausschließlich aus den geometrischen Abweichungen des Instrumentes ergeben, sind neben der Anzeigaufauflösung ξ zusätzliche konstante Abweichungen τ und streckenproportionale Abweichungen ζ pro Messelement zu berücksichtigen, um u. a. zentrier- und temperaturbedingte Messabweichungen zu kompensieren (vgl. Lösler und Eschelbach 2012).

Die im stochastischen Modell zu berücksichtigenden a-priori Unsicherheiten der aus (5) bzw. (6) stammenden kartesischen Koordinaten setzen sich aus den Unsicherheiten der Korrekturparameter zusammen. In der Geodäsie erfolgt die Abschätzung der Unsicherheiten im Allgemeinen nach dem Gesetz der Unsicherheitsfortpflanzung (UP1). Dies setzt jedoch voraus, dass der funktionale Zusammenhang linear oder zumindest hinreichend linear ist und eine Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung rechtfertigt. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, ist die Taylor-Reihe fortzusetzen. Bedingt durch die gesteigerte Leistung gegenwärtiger Rechentechnik hat sich insbesondere in der jüngeren Vergangenheit die Monte-Carlo-Methode (MCM) als Alternative etabliert, welche keine Linearisierung erfordert (z. B. Hennes 2013).

Der Vorteil des UP1 liegt vor allem in seiner einfachen und schnellen Berechnung. Wird die Taylor-Reihe nicht nach dem linearen Glied abgebrochen, sondern noch bis zum zweiten Glied fortgesetzt (UP2), erfordert dies die zum Teil aufwendigen Berechnungen der zweiten partiellen Ableitungen (z. B. Manolakis 2011). Bei der MCM entfällt zwar das Bilden von partiellen Ableitungen, jedoch benötigt dieses numerische Verfahren eine hohe Stichprobenzahl, um zuverlässige Resultate zu erzielen. Insbesondere bei komplexen Problemen kann diese hohe

Tab. 2: Ergebnisse der Umformung der polaren Elemente in kartesische Koordinaten in Meter und deren Unsicherheitsmatrix. Hierin beschreiben MCM die Monte-Carlo Methode, UT die Unscented Transformation (vgl. Abschnitt 2.3) und UP1 bzw. UP2 eine Transformation mittels Taylor-Reihenentwicklung, die bis zum ersten bzw. zweiten Glied bestimmt wurde.

	UP1	UP2	MCM	UT
p	$\begin{bmatrix} 0,500 \\ 0,866 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,478 \\ 0,827 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,480 \\ 0,828 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,478 \\ 0,828 \end{bmatrix}$
Q_{pp}	$\begin{bmatrix} 0,068 & -0,039 \\ -0,039 & 0,022 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,069 & -0,037 \\ -0,037 & 0,026 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,061 & -0,034 \\ -0,034 & 0,023 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,063 & -0,034 \\ -0,034 & 0,024 \end{bmatrix}$

Stichprobenzahl zu extremen Rechenzeiten führen (z.B. Schweitzer und Schwieger 2015).

Da es sich bei der Umformung der polaren Elemente in kartesische Koordinaten nach (1) bzw. (5) um ein nicht-lineares Problem handelt, sollen die Ergebnisse der o.g. Verfahren kurz gegenübergestellt werden. Zu Demonstrationszwecken soll hier die Berechnung eines Lagepunktes aus einem Azimut $\Theta = \frac{\pi}{3}$ und einer Horizontalstrecke $d = 1$ m genügen,

$$\mathbf{p}(\Theta, d) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \cos \Theta \\ d \sin \Theta \end{pmatrix}, \quad (12)$$

die jeweils mit einer konstanten Unsicherheit von $u_\Theta = 0,3$ rad bzw. $u_d = 1$ cm behaftet sind.

Tab. 2 fasst die Umformungsergebnisse zusammen, die in Abb. 7 visualisiert sind. Alle Berechnungen wurden in einem einheitlichen Bezugsrahmen abgeleitet, sodass der Vergleich der Ergebnisse von der Wahl des geodätischen Datums unbeeinflusst ist. Die aus der MCM stammenden Koordinaten \mathbf{p}_k wurden aus den simulierten Messwerten d_k und Θ_k mittels (12) bestimmt und geplottet. Bedingt durch die geringe Unsicherheit der Streckenmessung gegenüber der Azimutbeobachtung streuen die Koordinaten um ein Kreissegment, dessen Öffnungswinkel- und Radiusvariationen sich durch u_Θ bzw. u_d ergeben. Es ist leicht nachzuvollziehen, dass der Mittelwert der MCM respektive der Erwartungswert von \mathbf{p} dichter am Ursprung liegt als durch die direkte Bestimmung nach (12) bei UP1.

Bedingt durch die Lage der Konfidenzellipse sind die Unsicherheiten u_x und u_y in Achsrichtung des Koordinatensystems bei allen Verfahren nahezu identisch. Die Analyse der Konfidenzbereiche mittels Spektralzerlegung zeigt jedoch eine deutliche Unterschätzung bei Anwendung des UP1 gegenüber der MCM, wie leicht an den in Abb. 7 abgeleiteten Konfidenzellipsen zu erkennen ist. Die nach dem UP1 abgeleiteten Ergebnisse sind verzerrt (vgl. Julier und Uhlmann 2004). Aus Darstellungsgründen sind in Abb. 7 die Längen der Halbachsen der Konfidenzellipsen mit 0,5 skaliert.

Weiterhin ist Tab. 2 und Abb. 7 zu entnehmen, dass das Einbeziehen der zweiten Ableitung bei der Taylor-Reihe (UP2) bereits zu Ergebnissen führt, die denen der MCM praktisch entsprechen (vgl. auch Manolakis 2011). Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass das Bei-

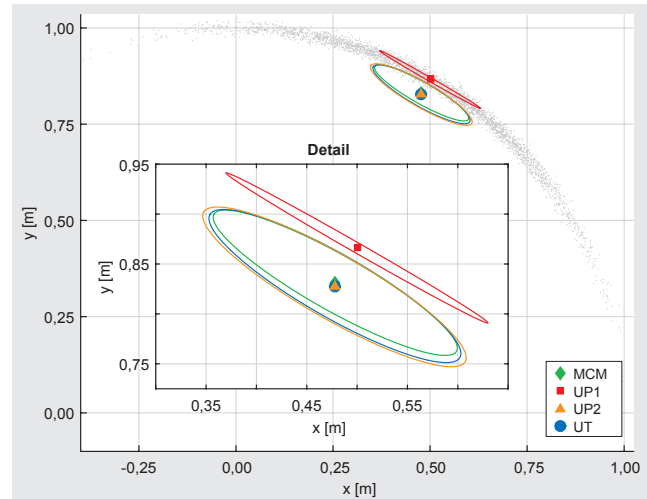


Abb. 7: Vergleich der Ergebnisse der Umformung von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten mittels Monte-Carlo Methode (MCM), Unscented Transformation (UT; vgl. Abschnitt 2.3) sowie Taylor-Reihenentwicklung, die bis zum ersten (UP1) bzw. zweiten Glied (UP2) bestimmt wurde.

spiel durch die Wahl der a-priori Unsicherheiten für die Strecke und das Azimut einen Extremfall abbildet, der in der geodätischen Praxis so kaum vorkommen wird. Deutlich wird aber, dass das Berücksichtigen der zweiten Ableitung bereits ausreicht, um (nahezu) unverzerrte Ergebnisse für den Punkt \mathbf{p} und dessen Unsicherheiten zu erhalten. Während die MCM durch die große Stichprobenzahl zum Teil erhebliche Rechenzeit beansprucht, erfordert die Anwendung des UP2 jedoch das Bilden der u.U. komplexen ersten und zweiten partiellen Ableitung.

2.3 Unscented Transformation

Die sogenannte Unscented Transformation (UT) ist ein von Julier und Uhlmann (1997) vorgeschlagenes Verfahren zur Bestimmung von Unsicherheiten, welches eine Approximation zweiter oder höherer Ordnung erlaubt. Ähnlich der MCM werden keine partiellen Ableitungen benötigt, sondern Mittelwert und Varianz aus einer synthetischen Stichprobe abgeleitet. Statt einer zufälligen großen Stichprobe werden jedoch einige wenige wohldefinierte Punkte – sogenannte Σ -Punkte – benötigt.

Der Rechenaufwand reduziert sich gegenüber der MCM daher drastisch, sodass dieses Verfahren besonders für Echtzeit-Anwendungen bspw. bei der Verwendung eines Kalman-Filters geeignet ist (z.B. Gustafsson und Hendeby 2008, Ulrich 2013). Die Ergebnisse der UT sind ebenfalls in Tab. 2 dargestellt und vergleichbar mit denen der MCM und UP2, weshalb der Berechnungsablauf kurz skizziert werden soll.

Ausgehend von einer vielfach beobachteten, n -dimensionalen Zufallsvariablen \mathbf{y} , deren Stichprobenmittel und Varianz-Kovarianz-Matrix durch $\hat{\mathbf{y}}$ und $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}}$ gegeben seien, sollen die Parameter $\hat{\mathbf{x}}$, die sich aus dem nicht-linearen Zusammenhang

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{y}) \quad (13)$$

ergeben, und deren Unsicherheiten $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$ bestimmt werden. Hierzu werden $2n + 1$ Σ -Punkte \mathbf{y}_i , $i = -n \dots n$, mit zugehörigen Gewichten w_i erzeugt.

$$\mathbf{y}_0 = \hat{\mathbf{y}}, w_0 = \frac{\vartheta}{n + \vartheta}, \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_{\pm i} = \hat{\mathbf{y}} \pm \sqrt{(n + \vartheta)} \mathbf{g}_{\pm i}, w_i = \frac{1}{2(n + \vartheta)}, \quad (15)$$

worin für normalverteilte Größen als Skalierung $n + \vartheta = 3$ gesetzt werden kann und \mathbf{g}_i die i -te Spalte einer Matrix \mathbf{G} ist, die als Quadratwurzel von

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}}} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T \quad (16)$$

definiert ist und sich bspw. durch Cholesky-Faktorisierung oder spektrale Zerlegung ergibt (vgl. Julier und Uhlmann 1997; Kanzow 2005, S. 14).

Durch Anwendung von (13) ergeben sich die transformierten Σ -Punkte $\mathbf{x}_i = f(\mathbf{y}_i)$, deren gewichteter Mittelwert

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=-n}^n w_i \mathbf{x}_i \quad (17)$$

entspricht und deren Unsicherheiten aus

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \sum_{i=-n}^n w_i [\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}][\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}]^T \quad (18)$$

folgen. Die Vorgehensweise ähnelt somit der MCM, jedoch werden die Σ -Punkte nicht zufällig gewählt, sondern an diskreten Stellen berechnet. Die Anzahl der Σ -Punkte richtet sich nach der zu approximierenden Ordnung. Um höhere Momente zu berücksichtigen, sind entsprechend mehr Punkte notwendig (z.B. Tenne und Singh 2003). Durch Modifizierung von (18) sowie der Gewichte in (14) und (15) gelangt man zur sogenannten skalierten Unscented Transformation, die u.U. eine verbesserte Approximation an die UP2-Lösung darstellt (z.B. Julier 2002).

Das eingesetzte Ausgleichsprogramm (siehe Lösler und Eschelbach 2012) unterstützt neben UP1 und MCM auch das UT-Verfahren zur Ableitung des stochastischen Modells auf der Basis von (5) bzw. (6). Da der Rechenauf-

wand bei der UT nur unwesentlich höher liegt als beim UP1 und deutlich unter dem der MCM, wird dieses Verfahren bei der Netzauswertung favorisiert. Eine Prüfung, ob in (5) bzw. (6) ein Abbruch der Taylor-Entwicklung nach dem linearen Glied gerechtfertigt ist, kann somit entfallen, da im linearen Fall UT und UP1 gleiche Ergebnisse liefern.

3 Ableitung der räumlichen Orientierung

Da die aufgenommenen Dipol- und Quadrupolmagnete den Verlauf der Trajektorie des Elektronenstrahls definieren, ist deren räumliche Orientierung zueinander und entlang der Beschleunigerbahn zu bestimmen. Hierzu ist neben definierten Punkten auf dem Magneten der Normalenvektor der Oberseite zu bestimmen. Der Normalenvektor ergibt sich dabei aus einer Regressionsebene.

$$\mathbf{e}^T \tilde{\mathbf{p}}_i = d. \quad (19)$$

Hierbei beschreibt $\mathbf{e} = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ den normierten Normalenvektor mit $\|\mathbf{e}\| = 1$, d ist der kürzeste Abstand der Ebene vom Koordinatenursprung und $\tilde{\mathbf{p}}_i$ ein Punkt der Ebene.

In den Bereichen A1 bzw. I1 des Beschleunigers – vgl. Abb. 1 – wurden zur Bestimmung der Strahlachse an den Verbindungsstellen zwischen den Kryostatmodulen Teile des Strahlrohrs erfasst, siehe auch Abb. 5 (rechts). Um die Punktdichte trotz der o.g. kryogenen Versorgungsleitungen zu erhöhen, erfolgt die Aufnahme mit einem speziellen L-Adapter, der zwei CCR aufnehmen kann. Bei Drehung und Verschiebung des Adapters entsteht ein Doppelzylinder, da beide CCR um dieselbe Achse $\mathbf{z} = [z_x \ z_y \ z_z]^T$ rotieren, jedoch unterschiedliche Radien r_1 bzw. r_2 besitzen, siehe Abb. 8.

$$\|(\tilde{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_0) \times \mathbf{z}\| = r_{1,2}. \quad (20)$$

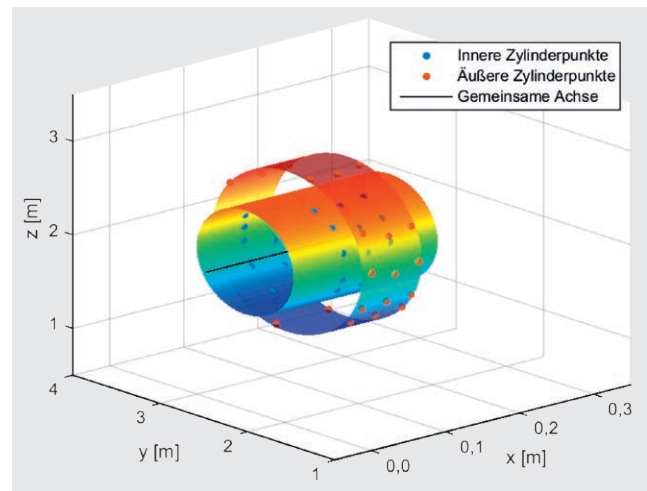


Abb. 8: Schätzung eines Doppelzylinders aus diskreten 3D-Punkten (ungleiche Achsskalierung)

Hierin ist $\tilde{\mathbf{p}}_i$ ein Punkt der Mantelfläche des Zylinders und \mathbf{p}_0 , mit $\mathbf{p}_0^T \mathbf{z} = 0$, beschreibt den Aufpunkt der Zylinderachse mit dem kürzesten Abstand zum Ursprung und $\|\mathbf{z}\| = 1$.

Die Parameter der Ebenen und Doppelzylinder sind, da sich Unbekannte und Beobachtungen nicht trennen lassen, in einem Gauß-Helmert-Modell (GHM; z.B. Lenzmann und Lenzmann 2004) mit Restriktionen (vgl. Caspari und Wichmann 2007, S. 174 ff.) zu schätzen. Während die Ebenen getrennt für sich berechnet werden, erfolgt die Bestimmung der insgesamt sechs Doppelzylinder in einem Modell, da es sich um baugleiche Strahlführungssegmente handelt. Hierbei werden die beiden Radien für alle Doppelzylinder als identisch betrachtet. Das stochastische Modell ergibt sich direkt aus der vollbesetzten a-posteriori Unsicherheitsmatrix der Punkte $\tilde{\mathbf{p}}_i$ nach der Bündelausgleichung, vgl. Abschnitt 2.

4 Ergebniszusammenstellung

Die Verknüpfung der 31 Standpunktsysteme erfolgte durch eine Netzausgleichung nach Abschnitt 2. Als Datums- punkte in der freien Netzausgleichung dienten die 18 fest vermarkten Punkte an den Laborwänden. Die XY-Ebene des Netzes verläuft auf dem Niveau der mittleren Rezirkulationsstrahlführung, ist näherungsweise horizontal und hat keinen Bezug zum Schwerfeld. Die X-Achse ist in Richtung der Strahlhaupttrichtung orientiert, vgl. Abb. 1. Zur Vermeidung negativer Koordinaten wurde der Koordinatenursprung außerhalb des S-DALINAC definiert. Neben den Datumpunkten konnten alle redundant auf-

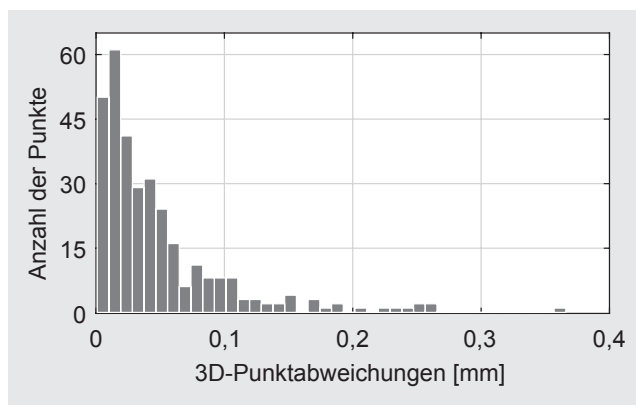


Abb. 9: Reproduzierbarkeit der Referenzpunkte der Quadrupoladapter

genommenen Punkte an den Magneten, die ohne zusätzliche Adapter bestimmbar waren, als weitere Verknüpfungspunkte in die Ausgleichung eingeführt werden. Eine Voranalyse hatte ergeben, dass die direkt messbaren Bohrungen an den blauen Dipolen und den gelben Quadrupolen eine Reproduzierbarkeit aufweisen, die ähnlich denen der 18 montierten Drift-Nester war. Die Messungen zu den adaptierten Punkten wiesen hingegen eine schlech-

tere Wiederholgenauigkeit auf, wenn der Adapter zwischen den Messungen vom Magnet entfernt wurde. Aus diesem Grund wurden die vom jeweils zweiten Standpunkt durchgeführten Wiederholungsmessungen dieser Punkte nicht zur Versteifung des Netzes genutzt, sondern als getrennte Punktbeobachtungen in die Ausgleichung eingeführt. Die Reproduzierbarkeit dieser Adapterpunkte lag im Allgemeinen deutlich unter der geforderten Toleranz von 0,5 mm, vgl. das Histogramm in Abb. 9, sodass diese nach der Netzausgleichung unter Berücksichtigung der zugehörigen Unsicherheitsmatrix kombiniert werden konnten.

Im Rahmen der Netzausgleichung wurden die Koordinaten der ca. 1.500 Objektpunkte bestimmt, wobei von den 31 Standpunkten mehr als 2.100 Punktbeobachtungen vorlagen. Das a-priori gewählte stochastische Modell wurde in Anlehnung an die Herstellerspezifikation (vgl. Hexagon Metrology 2012), Erfahrungen aus vergleichbaren Projekten (z.B. Juretzko 2009, Lösler 2009, Eschelbach und Overath 2014) und Instrumentenuntersuchungen (z.B. Hughes et al. 2011, Eschelbach et al. 2015) festgelegt und durch eine Unscentend Transformation nach Abschnitt 2.3 aufgestellt. Die resultierende 3D-Punktunsicherheit wurde in Anlehnung an die DIN-1319 ermittelt und beschreibt in Analogie zum MPE die räumliche Positionsunsicherheit eines Punktes gegenüber seiner wahren jedoch unbekannten Position. Diese ergibt sich aus dem dreifachen maximalen Eigenwert des größten Konfidenzbereichs nach der Ausgleichung sowie Unsicherheiten nicht-erfassbarer bzw. nicht-modellierbarer (systematischer) Abweichungen. Die resultierende 3D-Punktunsicherheit lag bei $u_{xyz} = 0,2 \text{ mm}$ ($k = 2$) und erfüllt die o.g. Anforderungen für die Objektpunkte.

Die Parameterschätzung der Regressionsebenen und der -doppelzylinder erfolgte mit den aus der Netzberechnung stammenden ausgeglichenen Punkten unter Berücksichtigung der zugehörigen, vollbesetzten Unsicherheitsmatrix. Insgesamt wurden die Formparameter von 66 Ebenen und sechs Doppelzylindern berechnet.

Die aus dem GHM stammenden Unsicherheitsmatrizen der Normalenvektoren \mathbf{e} der Ebenen sind nur bedingt zum Validieren der Orientierungsgenauigkeit geeignet, da diese durch die geschätzten Residuen der Punkte zur Ebene beeinflusst werden. Insbesondere bei den Quadrupolen liegen die vier Referenzpunkte bauartbedingt nur genähert in einer Ebene. Entscheidend für die Orientierungsgenauigkeit sind daher die Punktunsicherheiten der gemessenen Referenzpunkte an den Quadrupolen und nicht die Ebenflächigkeit des Adapters. Als Maßzahl wird daher die 3D-Punktunsicherheit für einen Punkt außerhalb der Ebene im Verhältnis zu seinem Ebenenabstand herangezogen, die sich durch Anwendung des Unsicherheitsfortpflanzungsgesetzes ergibt.

Abb. 10 zeigt die Histogramme der ermittelten Unsicherheiten der Dipol- und Quadrupolmagnete. Erwartungsgemäß ist die Unsicherheit bei den Dipolen bedingt durch die große Punktzahl und die Größe des erfassten

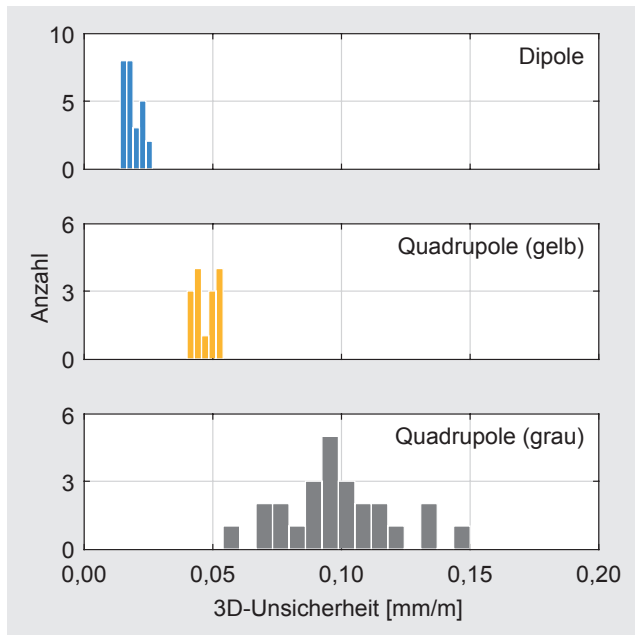


Abb. 10: 3D-Unsicherheit eines Punktes außerhalb der Ebene im Verhältnis zu seinem Ebenenabstand

Ebenenausschnittes am kleinsten. Die Normalenvektoren der Quadrupole wurden jeweils nur aus vier Referenzpunkten bestimmt. Insbesondere bei den grauen Quadrupolen, die lediglich eine Grundfläche von ca. $15 \times 10 \text{ cm}^2$ aufweisen, kommt es zu höheren Extrapolationsabweichungen und somit zu größeren Unsicherheiten, vgl. Abb. 10 (unten). Insgesamt wird eine 3D-Punktunsicherheit von $u_e = 0,3 \text{ mm/m}$ ($k = 2$) nicht überschritten, wodurch die o. g. Anforderungen erfüllt sind.

Die Residuenanalyse der Doppelzylinderauswertung ergab, dass eine einheitliche Strahlachse sowohl im Bereich I1 als auch im Bereich A1 nicht vorliegt, und eine Neuausrichtung der Kryostatmodule erforderlich wird.

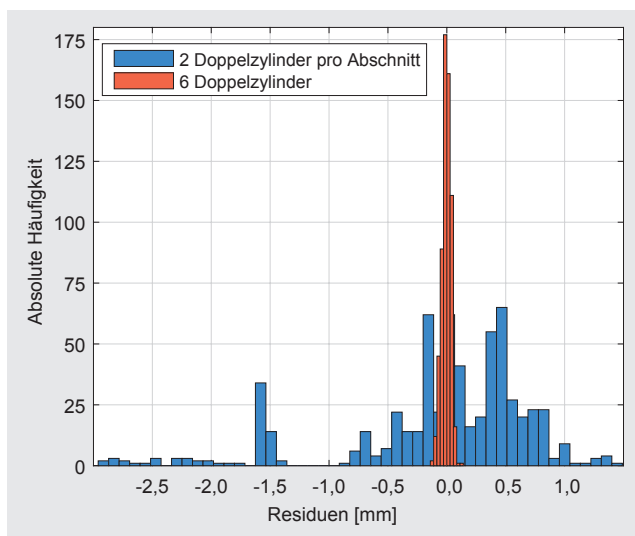


Abb. 11: Residuenanalyse unterschiedlicher Modellierungen der Doppelzylinderachsen. Blau dargestellt sind die Residuen bei abschnittsweiser Achsbestimmung (zwei Achsen), Orange dargestellt sind die Residuen bei individueller Achsbestimmung (sechs Achsen).

Abb. 11 stellt die Residuen zweier Modellansätze gegenüber. Die Bestimmung der beiden Zylinderradien erfolgte stets über alle Doppelzylinder. Die Zylinderachse wurde zunächst einheitlich über die Bereiche I1 bzw. A1 modelliert. In einer weiteren Analyse wurden die sechs Achsen der Doppelzylinder unabhängig voneinander geschätzt. Die blau dargestellten Residuen des Modells mit zwei abschnittsweisen Achsbestimmungen weisen eine asymmetrische Verteilung auf, welche auf ein unzureichend parametrisiertes funktionales Modell in (20) schließen lässt. Die räumlichen Abweichung der aufgenommenen Zylinderpunkte zur geschätzten Zylinderoberfläche betragen bis zu 3 mm. Diese ermittelten Residuen übersteigen die Messunsicherheit des Lasertrackers um ein Vielfaches. Die orange dargestellten Residuen, die sich aus dem Modell mit individueller Achsbestimmung ergeben, sind hingegen annähernd normalverteilt und streuen mit bis zu 0,1 mm in der Größenordnung der erzielbaren Messunsicherheit. Der durch (20) angenommene funktionale Zusammenhang wird bestätigt, sodass das Modell mit sechs unabhängig voneinander geschätzten Achsen zu favorisieren ist.

5 Zusammenfassung

Am Supraleitenden Darmstädter Elektronenlinearbeschleuniger des Institutes für Kernphysik der Technischen Universität Darmstadt wurden 66 Dipol- und Quadrupole, die den Strahlverlauf des Teilchenbeschleunigers definieren, messtechnisch erfasst. Bedingt durch die hohen Genauigkeitsanforderungen wurde die Aufnahme mit einem mobilen Lasertracker Leica AT401 durchgeführt. Die sachgerechte Verknüpfung der erhobenen Daten erfolgte mit einem koordinatenbasierten Auswertansatz in einer Bündelausgleichung unter Berücksichtigung eines umfassenden Unsicherheitshaushaltes. Linearisierungsfehler beim Aufstellen des stochastischen Modells ließen sich durch das Verfahren der Unscented Transformation minimieren. Für die ermittelten Punkte konnte eine räumliche Unsicherheit von $u_{xyz} = 0,2 \text{ mm}$ ($k = 2$) nachgewiesen werden, womit die geforderte Toleranz von 0,5 mm eingehalten wird. Mit Hilfe der Formanalyse konnten weiterhin der Strahlenverlauf zwischen den Kryostatmodulen und die räumliche Orientierung der Dipole und Quadrupole geometrisch abgeleitet werden.

Literatur

- Calkins, J.M.: Quantifying Coordinate Uncertainty Fields in Coupled Spatial Measurement systems. Dissertationen, Virginia: Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.
- Caspary, W., Wichmann, K.: Auswertung von Messdaten – Statistische Methoden für Geo- und Ingenieurwissenschaften. München: Oldenbourg, 2007.
- Depenthal, C.: Stativbewegung bei der Verwendung von Robottachymetern. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 111, Nr. 6, 2004: 227–233.

- DIN-1319: Grundlagen der Meßtechnik. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1995.
- Eschelbach, C.: Störanfälligkeit geodätischer Präzisionsmessungen durch lokale Temperaturschwankungen. In: Brunner, F.: Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs, 169–180. Graz, 2007.
- Eschelbach, C., Heckmann, B., Lösler, M.: Hochgenaue Sollstreckenbestimmung mit einem mobilen Lasertracker an der Kalibrierbasis Neu-Isenburg. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 122, Nr. 3, 2015: 95–101.
- Eschelbach, C., Overath, T.O.: Einsatz eines mobilen Lasertrackers zur hochpräzisen Justierung von Fächerlotsystemen bei Hochseevermessungsschiffen. In: Wieser, A.: Ingenieurvermessung 14 – Beiträge zum 17. Internationaler Ingenieurvermessungskurs in Zürich, 14.–17. Januar 2014, 347–360. Heidelberg: Wichmann, 2014.
- Gustafsson, F., Hendeby, G.: On nonlinear transformations of stochastic variables and its application to nonlinear filtering. 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing., 2008: 3617–3620.
- Hennes, M.: Zum Umgang mit Unsicherheiten bei geodätischen Mess- und Auswertverfahren. In: Qualitätssicherung geodätischer Mess- und Auswertverfahren, DVW-Schriftenreihe Bd. 71/2013, 25–46. Augsburg: Wißner-Verlag, 2013.
- Hexagon Metrology: Leica Absolute Tracker AT401. Specification, 2012.
- Hughes, B., Forbes, A., Lewis, A., Sun, W., Veal, D., Nasr, K.: Laser Tracker Error Determination Using a Network Measurement. Meas. Sci. Technol., Nr. 22, 2011: 1–12.
- Julier, S.J.: The Scaled Unscented Transformation. Proceeding of the American Control Conference. Anchorage: IEEE Service Center, 2002: 4555–4559.
- Julier, S.J., Uhlmann, J.K.: A Consistent, Debiased Method for Converting Between Polar and Cartesian Coordinate Systems. Bd. 3086. In: Masten, M.K., Stockum, L.A.: Proceedings of the SPIE – The International Society for Optical Engineering, Acquisition, Tracking, and Pointing XI, 110–121. Bellingham/Washington: SPIE, 1997.
- Julier, S.J., Uhlmann, J.K.: Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. Proceedings of the IEEE 92, Nr. 3, 2004: 401–422.
- Juretzko, M.: Positionsbestimmung der Elektrodenmodule des KATRIN-Experiments mit Hilfe eines Lasertrackers. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 116, Nr. 6, 2009: 220–230.
- Kanzow, Ch.: Numerik linearer Gleichungssysteme – Direkte und iterative Verfahren. Berlin: Springer, 2005.
- Knirsch, M.: Konzeption, Aufbau und Erprobung eines hochauflösenden QCLAM-Spektrometers mit großem Raumwinkel und hoher Impulsakzeptanz am Elektronenbeschleuniger S-DALINAC. D17. TU Darmstadt, 1991.
- Lehmann, R.: Transformation model selection by multiple hypotheses testing. Journal of Geodesy 12, Nr. 88, 2014: 1117–1130.
- Lenzmann, L., Lenzmann, E.: Strenge Auswertung des nichtlinearen Gauß-Helmert-Modells. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 111, Nr. 2, 2004: 68–72.
- Lewis, A., Hughes, B., Forbes, A., Sun, W., Veal, D., Nasr, K.: Determination of misalignment and angular scale errors of a laser tracker using a new geometric model and a multi-target network approach. In: Physikalisch-Technische Bundesanstalt: MacroScale 2011 – Recent developments in traceable dimensional measurements, 1–16. Bern-Wabern (Switzerland): PTB, 2013.
- Lindenberg, K.: Development and Construction of the Low-Energy Photon Tagger NEPTUN. D17. TU Darmstadt, 2007.
- Lösler, M.: Bestimmung des lokalen Verbindungsvektors zwischen IVS- und IGS-Referenzrahmen am Raumobservatorium Onsala (Schweden). Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 116, Nr. 11–12, 2009: 382–387.
- Lösler, M., Eschelbach, C., Haas, R.: Zum Einfluss variierender Reflektorausrichtungen auf polare Messsysteme – Analytische Korrektur systematischer Zentrierabweichungen beim Messen auf bewegte Objekte. GeoNews, Nr. 3, 2015: 6–7.
- Lösler, M., Eschelbach, C.: Konzept zur Realisierung eines Prototypen zur sachgerechten Auswertung von polaren Beobachtungen. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 119, Nr. 7, 2012: 249–258.
- Lösler, M., Eschelbach, C.: Zur Bestimmung der Parameter einer räumlichen Affintransformation. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 121, Nr. 7, 2014: 273–277.
- Lüttge, C., et al.: Large aperture system for high-resolution 180° electron scattering. Nucl. Instr. and Meth. A 366, Nr. 325, 1995.
- Manolakis, D.E.: Kronecker Product Based Second Order Approximation of Mean Value and Covariance Matrix in Nonlinear Transformations. Signal Processing Letters, IEEE 18, Nr. 1, 2011: 43–46.
- Muralikrishnan, B., Sawyer, D.S., Blackburn, C.J., Phillips, S.D., Borchardt, B.R., Estler, W.T.: ASME B89.4.19 Performance Evaluation Tests and Geometric Misalignments in Laser Trackers. Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Nr. 114, 2009: 21–35.
- Richter, A.: Operational Experience at the S-DALINAC. Bd. 110. In: Meyers, S., Pacheco, A., Pascual, R., Petit-Jean-Genaz, C., Poole, J.: Proc. of the 5th EPAC. Bristol: IOP Publishing, 1996.
- Rüger, J.M.: Electronic Distance Measurement: An Introduction. 3. Berlin: Springer, 1996.
- Savran, D., et al.: The low-energy photon tagger NEPTUN. Nucl. Instr. and Meth. A 613, Nr. 232, 2010.
- Schüll, D., et al.: High Resolution Electron Scattering Facility at the Darmstadt Linear Accelerator (DALINAC). Nucl. Instr. Meth. 153, Nr. 9, 1978.
- Schweitzer, J., Schwieger, V.: Modeling and Propagation of Quality Parameters in Engineering Geodesy Processes in Civil Engineering. Bd. 140. In: Kutterer, H., Seitz, F., Alkhatib, H., Schmidt, M.: The 1st International Workshop on the Quality of Geodetic Observation and Monitoring Systems., 163–168. Heidelberg: Springer, 2015.
- Sonnabend, K., et al.: The Darmstadt High-Intensity Photon Setup (DHIPS) at the S-DALINAC. Nucl. Instr. and Meth. A 640, Nr. 6, 2011.
- Tenne, D., Singh, T.: The higher order unscented filter. Proceedings of the American Control Conference., 2003: 2441–2446.
- Ulrich, T.: Uncertainty estimation and multi sensor fusion for kinematic laser tracker measurements. Metrologia 50, Nr. 4, 2013: 307–317.

Anschrift der Autoren

Michael Lösler¹, michael.loesler@fb1.fra-uas.de
 Michaela Arnold², marnold@ikp.tu-darmstadt.de
 Hermann Bähr³, h.baehr@telfort.nl
 Cornelia Eschelbach¹, cornelia.eschelbach@fb1.fra-uas.de
 Thore Bahlo², tbahlo@ikp.tu-darmstadt.de
 Ruben Grewe², rgrewe@ikp.tu-darmstadt.de
 Florian Hug⁴, hug@kph.uni-mainz.de
 Lars Jürgensen², ljuergensen@ikp.tu-darmstadt.de
 Philipp Winkemann⁵, philipp.winkemann@fb1.fra-uas.de
 Norbert Pietralla², pietralla@ikp.tu-darmstadt.de

¹ Frankfurt University of Applied Sciences
 Laboratory for Industrial Metrology
 Nibelungenplatz 1, 60318 Frankfurt am Main, Deutschland

² Technische Universität Darmstadt
 Institut für Kernphysik
 Schlossgartenstraße 9, 64289 Darmstadt, Deutschland

³ Steenhouderskade 18
 9718 DB Groningen, Niederlande

⁴ Johannes Gutenberg-Universität Mainz
 Institut für Kernphysik
 Johann-Joachim-Becher-Weg 45, 55128 Mainz, Deutschland

⁵ Frankfurt University of Applied Sciences
 Laboratory for Geoinformation
 Nibelungenplatz 1, 60318 Frankfurt am Main, Deutschland

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter www.geodaesie.info.