

# Koordinatenkataster mittels Transformation örtlicher Koordinaten

Nadine Alexander und Markus Rembold

## Zusammenfassung

Das Koordinatenkataster stellt derzeit die modernste technische Realisierung eines maßgebenden Grenznachweises dar. Koordinatenkatasterqualität kann dabei nicht nur im Rahmen von aktuellen Liegenschaftsvermessungen, sondern auch durch Transformation geeigneter, älterer Koordinaten abgeleitet werden. Dies wird anhand der Transformation örtlicher Koordinaten gezeigt.

## Summary

*The coordinate-cadastre currently represents the most modern technical realization of a decisive border proof. Its quality can be derived not only within the framework of current property surveys, but also by transformation of suitable, older coordinates. This is shown by the transformation of local coordinates.*

**Schlüsselwörter:** Liegenschaftskataster, Liegenschaftsvermessung, Koordinatenkataster, Transformation, örtliche Koordinaten

## 1 Einleitung

Der landesweite und flächendeckende Nachweis der Liegenschaften, also der Flurstücke und Gebäude im Liegenschaftskataster, ist wesentlicher Bestandteil der grundgesetzlich garantierten Sicherung des Eigentums an Grund und Boden. Die Erhebung, Führung und Bereitstellung der Daten des Liegenschaftskatasters ist dabei ständig dem Fortschritt von Wissenschaft und Technik anzupassen (§ 1 Abs. 1 Satz 2 VermKatG NRW). Das äußert sich bei Liegenschaftsvermessungen (Teilungsvermessungen,

Grenzvermessungen, Neuvermessungen, Gebäudeeinemessungen) nach den Regelungen des nordrhein-westfälischen Erhebungserlasses unter anderem

- im Anschluss an den einheitlichen geodätischen Raumbezug (ETRS89\_UTM32),
- im ausschließlichen Einsatz von satellitengestützten Verfahren mit SAPOS und Polarverfahren,
- in der ausschließlichen Koordinatenberechnung mittels Ausgleichungsverfahren,
- im Ziel des kontinuierlichen Aufbaus des Koordinatenkatasters.

Für den Aufbau des Koordinatenkatasters gibt es in Nordrhein-Westfalen bereits seit 1996 entsprechende Verfahrensvorschriften. Allerdings weisen landesweit erst 16,5 % aller Grenzpunkte und 15,7 % aller Gebäudepunkte die Qualitätsstufe Koordinatenkataster auf (Jahresbericht der Katasterbehörden 2018). Der im Jahr 2017 in Kraft getretene Erhebungserlass sieht daher auch die Ableitung von Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität zum einen aus geeigneten Vermessungen, zum anderen aus geeigneten Koordinaten vor, die vor dem Inkrafttreten des Erhebungserlasses gemessen beziehungsweise berechnet worden sind. Über die zweite Möglichkeit – die Transformation von geeigneten Koordinaten in das ETRS89\_UTM32 in Koordinatenkatasterqualität – und über die Ergebnisse einer zu diesem Thema an der Hochschule Bochum verfassten Bachelorarbeit (Alexander 2018) soll hier berichtet werden.

## 2 Koordinatenkataster

Während im preußischen Grundsteuerkataster des 19. Jahrhunderts noch die Katasterkarte als maßgebender Nachweis angesehen wurde (so zum Beispiel § 12 Anweisung II 1877), kam im 20. Jahrhundert infolge der höheren Standards (vermarkte Messungslinien, zuverlässige Aufmessung) dem Zahlennachweis eine höhere Bedeutung als maßgebender Nachweis für die Grenzuntersuchung zu. So differenzierte bereits die Anweisung II von 1920 zwischen »Katasterkarte« und »ihren Unterlagen« (Nr. 81). Im Zuge der weiteren technischen Entwicklungen – vor allem der elektronischen Datenverarbeitung und der elektrooptischen Distanzmessung – gab es schon früh Bestrebungen, den maßgebenden Katasternachweis eines Grenzpunktes unter Vernachlässigung des Prinzips der Nachbarschaft auf eine Koordinate zu reduzieren (so zum Beispiel Haupt 1980). Die Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland veröffentlichte im Jahr 1983 die fachliche Darstellung »Koordinatenkataster« (AdV 1983), in der die Definition des Koordinatenkatasters bereits so enthalten war, wie sie erstmals im nordrhein-westfälischen Raum im Vermessungspunkterlass von 1996 (Nr. 5.1 Abs. 2) aufgenommen wurde und im Erhebungser-

erlass von 2017 (ErhE) im Wesentlichen beibehalten wurde.

Unter Koordinatenkataster wird die Gesamtheit der Vermessungspunkte des Liegenschaftskatasters verstanden, deren Lagekoordinaten im einheitlichen geodätischen Raumbezug mit hoher Genauigkeit und Zuverlässigkeit ermittelt worden sind (Nr. 14.2.2 ErhE). Die Vermessungspunkte – also Grenzpunkte, besondere Gebäudepunkte, besondere Bauwerkspunkte und Netzpunkte – verfügen im Fall des Koordinatenkatasters über eine Standardabweichung in der Lage von 0,03 m oder besser (Nr. 32.1.1 Satz 1 ErhE). Wenn Koordinatenkataster vorliegt, ist zur Grenzuntersuchung der Vergleich der Koordinaten des örtlichen Grenzverlaufs mit denen des Katasternachweises ausreichend (Soll-Ist-Vergleich, Nr. 19.3.1 Satz 1 und Nr. 32.3.1 ErhE). Zudem realisieren und sichern geeignete Vermessungspunkte des Koordinatenkatasters die Lagekomponente des einheitlichen geodätischen Raumbezugs ETRS89\_UTM32 (Nr. 5.1.1 ErhE).

Das Koordinatenkataster stellt damit die modernste technische Realisierung eines maßgebenden Grenznachweises dar. Koordinatenkataster-Koordinaten haben allerdings – wie der gesamte Katasternachweis – keine absolute Beweiskraft, sondern unterliegen der Richtigkeitsvermutung (§ 891 BGB) und können »ausnahmsweise« auch geändert werden (Nr. 19.3.1 Satz 2 ErhE).

Bereits der Vermessungspunkterlass von 1996 ging davon aus, dass ein Koordinatenkataster im DHDN90/Netz77 sowohl durch Vermessungen (Regelfall) als auch durch Neuberechnung mit vorhandenen Messwerten (Nr. 46 Abs. 1 lit. b und Nr. 46 Abs. 4 VPErl. 1996) geschaffen werden konnte, wobei die Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsskriterien (Anlage 3 VPErl. 1996) eingehalten werden mussten. Unter diesen Voraussetzungen konnte auch im System der Preußischen Landesaufnahme (Pr.LA.) ein Koordinatenkataster geführt werden (Bezirksregierung Köln/Münster 1998, S. 5).

Auch der Erhebungserlass enthält zwei Regelungen, aufgrund derer Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität durch Ausgleichung (Nr. 32.2.2 ErhE) oder durch Transformation (Nr. 32.2.3 ErhE) abgeleitet werden können. Hier interessiert zunächst die zweite Möglichkeit: »Liegen in homogen vermessenen Gebieten geeignete Koordinaten vor, können Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität in Abstimmung mit der Katasterbehörde durch Transformation nachträglich abgeleitet werden; dabei ist durch Messung identischer Punkte nachzuweisen, dass der in Nummer 2.1.1 der Anlage 5 festgelegte Grenzwert [0,06 m] eingehalten wird.« (Nr. 32.2.3 ErhE)

Auch in anderen Bundesländern finden sich Verfahrensregelungen, nach denen der Aufbau des Koordinatenkatasters durch Rechenverfahren erfolgen kann. So enthält zum Beispiel die schleswig-holsteinische Anweisung für die technischen Arbeiten im Liegenschaftskataster umfangreiche Regelungen zur sogenannten »Einrechnung durch Analyse« (Nr. 8.3.3 und Anlage 14 der Anweisung für die technischen Arbeiten im Liegen-

schaftskataster (Technische Anweisung – TA); Boljen 2010). Als Grenzwert für die sich aus der Einrechnung ergebende Standardabweichung der Punktlage ist ein Wert von 0,05 m festgelegt (Anlage 14 (6) TA).

### 3 Örtliche Systeme im Ennepe-Ruhr-Kreis

Seit 1985 wurde im Ennepe-Ruhr-Kreis das dem TP-Feld nachgeordnete VP-Feld auf der Grundlage des DHDN90/Netz77 erneuert, und zwar durch vollständige Neubestimmung der Aufnahmepunkte der ersten Verdichtungsstufe (AP(1)) sowie durch Neuberechnungen und Koordinatentransformationen der Aufnahmepunkte der zweiten Verdichtungsstufe (AP(2)) und ausgewählter Grenz- und Gebäudepunkte (Nrn. 45 ff. VP Erl. 1996).

Nach Abschluss dieser Netzerneuerung im Jahr 2010 umfasste das AP-Feld insgesamt 8.900 AP(1) und 2.300 AP(2) in Koordinatenkatasterqualität. Ausgehend von den damaligen Vermessungskosten für Aufnahmepunkte entsprach dies einer Investition von etwa 4.400.000 Euro.

Der im Vermessungspunkterlass von 1996 vorgesehene Anschlusszwang im DHDN90/Netz77 (Nrn. 5.1 ff. und 35.1) konnte dabei nur in den Gebieten erfolgen, in denen das AP-Feld bereits erneuert war. Ersatzweise bestand Anschlusszwang im System der Pr.LA. (Nr. 21.5 Abs. 1 VP Erl. 1996). Vor allem in den ländlichen Gebieten des Ennepe-Ruhr-Kreises, in denen aufgrund mangelnder Verdichtung auch keine Anschlusspunkte im System der Pr.LA. vorhanden waren, konnten bei Liegenschaftsvermessungen nur Koordinaten in einem örtlichen Koordinatensystem berechnet werden. Der Fortführungsvermessungserlass von 2000 sah vor, dass die Aufmessung im Anschluss an die gesicherten Aufnahmepunkte eines örtlichen Systems erfolgen konnte, wenn der Anschluss der Vermessungsstelle nicht zumutbar war und die Arbeiten zur Verdichtung und Erneuerung des Aufnahmepunktfeldes von der Katasterbehörde nicht in angemessener Zeit durchgeführt werden konnten (Nrn. 7.35 f.).

Infolgedessen gibt es im Ennepe-Ruhr-Kreis eine Vielzahl von örtlichen Koordinatensystemen aus unterschiedlichen Zeiten. Die Genauigkeit der örtlichen Koordinaten ist dabei auch abhängig von ihrer linearen Berechnungsmethode. Die Vermessungspunkte (Grenzpunkte, Gebäudepunkte) der örtlichen Koordinatensysteme weisen in der Regel – bei fachlich adäquater Mess- und Berechnungsanordnung (lange Basis, »Vom Großen ins Kleine«) – eine hohe innere Genauigkeit auf, während sie in der Flurkarte nur mit einer grafischen Genauigkeit (GST 3300, entspricht einer Standardabweichung  $\leq 500$  cm) repräsentiert werden. Im Zuge der Maßnahmen zur Erneuerung des Liegenschaftskatasters (Rembold 2017) werden daher diese örtlichen Koordinaten in das ETRS89\_UTM32 überführt und damit wird gleichzeitig in den überwiegenden Fällen eine signifikante geomet-

rische Verbesserung der Flurkarte erzielt. Absolute Lagefehler der Flurkarte von mehreren Metern sind dort keine Seltenheit.

### 4 Untersuchungsansatz

Im Rahmen einer an der Hochschule Bochum verfassten Bachelorarbeit (Alexander 2018) sollte die Frage geklärt werden, unter welchen Voraussetzungen eine Koordinatenkataster-Festsetzung der in das ETRS89\_UTM32 transformierten örtlichen Koordinaten möglich und sinnvoll ist; hierbei sollte zwischen den nach dem Vermessungspunkterlass I von 1974 und den nach dem Vermessungspunkterlass von 1996 bestimmten örtlichen Koordinaten unterschieden werden. Zudem waren die Begriffe »homogen vermessene Gebiete« und »geeignete Koordinaten« (Nr. 32.2.3 ErhE) zu konkretisieren. Außerdem war kritisch zu hinterfragen, ob zur Beurteilung der Transformation der Grenzwert von 0,06 m (Kap. 2) ausreichend ist oder ob weitere Grenzwerte – zum Beispiel für die Restklaffen (Residuen) der Transformation – erforderlich sind.

Zur Beantwortung der vorgenannten Fragestellungen konnte auf 30 polare örtliche Koordinatensysteme zurückgegriffen werden. Davon waren 21 Koordinatensysteme seinerzeit nach dem Vermessungspunkterlass I von 1974 und 9 Koordinatensysteme nach dem Vermessungspunkterlass von 1996 vermessen worden. Die Vermessungspunkte dieser örtlichen Koordinatensysteme (Grenzpunkte, Gebäudepunkte und sonstige Vermessungspunkte) wurden durch die Katasterbehörde des Ennepe-Ruhr-Kreises mittels Liegenschaftsvermessungen (§ 12 Satz 2 Nr. 1 VermKatG NRW, »Koordinierung von Grenzpunkten«) im ETRS89\_UTM32 bestimmt. Dazu wurden die vorgenannten Vermessungspunkte mittels Polar- und GNSS-Verfahren so aufgemessen, dass die mittels flächenhafter Ausgleichung berechneten Koordinaten in der Genauigkeitsstufe GST 2100 (Koordinatenkatasterqualität) festgesetzt werden konnten. Der Nachweis der Vermessungsergebnisse erfolgte in Fortführungsrisiken und den entsprechenden Ergänzungsprotokollen (Anlage 6 ETRS89-EinfErl. 2004, Anlage 8 ErhE). Die Grenzuntersuchung erfolgte rechnerisch mit Hilfe zweier Transformationen (Kap. 5). Im Fall eines orthogonalen Nachweises wurden die Grenzpunkte in Anlehnung an die bei Fuhrmann (2018) beschriebene 4-Punkte-Methode untersucht.

Dabei wurden nicht alle, sondern nur ausgewählte Vermessungspunkte eines örtlichen Systems bestimmt, insbesondere (Alexander 2018, S. 27 f.):

- außenliegende Vermessungspunkte (Nr. 1.3 Transformationsrichtlinien Teil I),
- Vermessungspunkte, deren Lage zusätzlich über orthogonale Messelemente überprüft werden konnte (Sicherstellung einer einwandfreien Identität, Nr. 50.2 Abs. 2 VP Erl. 1996),

- örtlich gut zugängliche Vermessungspunkte und
- Vermessungspunkte mit tief stehenden Vermarkungen (Dränrohre, Flaschen- oder Hohlziegel).

Die Anzahl und die Anordnung der Stützpunkte wurden zudem so gewählt, dass die Transformationsparameter zuverlässig durch Ausgleichung bestimmt werden können (Nr. 50.2 Abs. 3 VPErl. 1996).

## 5 Auswertung

Die Koordinaten eines örtlichen Systems sind ungleichartig zu den Koordinaten des ETRS89\_UTM32, da die betreffenden Bezugssysteme keine unmittelbare geodätisch-mathematische Beziehung zueinander haben (Nr. 1.2 Transformationsrichtlinien Teil I). Eine Überführung von dem einen in das andere System kann daher nur durch eine überbestimmte Transformation auf der Basis von Stützpunkten, die in beiden Systemen vorliegen, erfolgen.

Zur Untersuchung der 30 örtlichen Koordinatensysteme (Kap. 4) wurde daher ein zweistufiges Transformationsverfahren – (1.) Transformation über alle Vermessungspunkte und (2.) Transformation über ausgewählte Vermessungspunkte – angewendet (Alexander 2018, S. 31 ff.). Zugrunde gelegt wurde jeweils eine Vier-Parameter-Transformation (2 Translationen, 1 Rotation, 1 Maßstab). Eine Drei-Parameter-Transformation (2 Translationen, 1 Rotation, Maßstab = 1), wie sie für die Beurteilung der Anschlusspunkte einer freien Stationierung vorgesehen ist (Nr. 4.3 Anlage 4 VPErl. 1996 und Nr. 4.2.2 Anlage 5 ErhE), schied aufgrund des Abbildungsmaßstabes der UTM-Abbildung (im Ennepe-Ruhr-Kreis durchschnittlich 0,27 m/1000 m) aus (Alexander 2018, S. 22).

Die erste Transformation erfolgte mit allen identischen Vermessungspunkten als Stützpunkten, die sowohl im örtlichen Koordinatensystem als auch infolge der durchgeführten Liegenschaftsvermessungen (Kap. 4) im ETRS89\_UTM32 vorlagen. Beurteilt wurde diese Transformation sowohl anhand der Restklaffen als auch anhand des Maßstabes. Als größte zulässige Restklaffe wurde – in Anlehnung an die Regelung in Nr. 4.4 Anlage 4 VPErl. 1996 – ein Wert von 0,06 m angesetzt (Alexander 2018, S. 22, 31).

Die Beurteilung des Maßstabes  $\hat{q}$  der Vier-Parameter-Transformation ist zunächst problematisch, da die ETRS89\_UTM32-Koordinaten mit abbildungs- und höhenreduzierten Strecken berechnet sind. Die Reduktionsbeträge schlagen sich daher anteilig im Transformationsmaßstab nieder. Für begrenzte Gebiete ergibt sich der aus der UTM-Abbildungsrückrechnung und der Höhenreduktion resultierende gemeinschaftliche Maßstabsfaktor  $m_p$  zu (Heunecke 2017, S. 181 ff.)

$$m_p = m_H \cdot m_{UTM}$$

mit

$$m_H = 1 - \frac{h_{ell}}{R_B}$$

und

$$m_{UTM} = m_0 \cdot \left( 1 + \frac{y_m^2}{2 \cdot m_0^2 \cdot R_B^2} \right).$$

Dabei bezeichnen  $h_{ell}$  die mittlere ellipsoidische Höhe des Transformationsgebietes,  $y_m$  den mittleren Ostwert des Transformationsgebietes,  $R_B$  den Radius der Gauß'schen Schmiegeungskugel und  $m_0 = 0,9996$  den Abbildungsmaßstab der UTM-Abbildung im Bezugsmeridian.

Werden die ETRS89\_UTM32-Koordinaten zunächst mit dem inversen Maßstab  $m_p^{-1}$  multipliziert, ergeben sich praktisch »örtliche« ETRS89\_UTM32-Koordinaten (Heunecke 2017, S. 185). Der Transformationsmaßstab  $\hat{q}$  entspricht dann dem Maßstab  $\hat{q}_{\text{örtlich}}$  des örtlichen Systems. Da die ETRS89\_UTM32-Koordinaten in den Gleichungen für den Transformationsmaßstab einer Vier-Parameter-Transformation linear enthalten sind (siehe zum Beispiel Niemeier 2008, S. 353 f. und Benning 2011, S. 262 f.), gilt

$$m_p^{-1} \cdot \hat{q} = \hat{q}_{\text{örtlich}}$$

beziehungsweise

$$\hat{q} = m_p \cdot \hat{q}_{\text{örtlich}} = \hat{q}_{\text{örtlich}} - (1 - m_p) \cdot \hat{q}_{\text{örtlich}}.$$

Mit der hinreichend guten Näherung

$$(1 - m_p) \cdot \hat{q}_{\text{örtlich}} \approx (1 - m_p)$$

ergibt sich der Maßstab des örtlichen Systems als Differenz aus dem Maßstab  $\hat{q}$  der Vier-Parameter-Transformation und dem gemeinschaftlichen Maßstabsfaktor  $m_p$  zu:

$$\hat{q}_{\text{örtlich}} = 1 + (\hat{q} - m_p).$$

Die berechneten Maßstäbe sollten in Abhängigkeit vom Zeitpunkt der Ursprungsvermessung (ab 1974) und des eingesetzten Messgerätes in einer Größenordnung von etwa 0,01 m bis maximal 0,03 m auf 100 m liegen. Hierbei ist zu beachten, dass sich bei einer Vier-Parameter-Transformation oftmals sachlich nicht begründbare Maßstäbe ergeben (Strobel 1987, S. 26).

Bei der zweiten Transformation wurden die außenliegenden Vermessungspunkte als Stützpunkte gewählt und die örtlichen Koordinaten der innenliegenden Vermessungspunkte in das ETRS89\_UTM32 transformiert (Alexander 2018, S. 31). Neben den Restklaffen und dem Maßstab konnte als weiteres Beurteilungskriterium nunmehr die größte zulässige lineare Abweichung von 0,06 m (Kap. 2) herangezogen werden (Alexander 2018, S. 31). Zur Beantwortung der Frage, ob die Restklaffen  $r_i$

in den Stützpunkten auf die zu transformierenden Vermessungspunkte zu verteilen sind, wurden hilfsweise die Kriterien aus Nr. 4.4 Anlage 4 VP Erl. 1996 herangezogen (Alexander 2018, S. 22, 31):

- $r_i \leq 0,03 \text{ m}$ : keine Restklaffenverteilung
- $0,03 \text{ m} < r_i \leq 0,06 \text{ m}$ : Restklaffenverteilung
- $r_i > 0,06 \text{ m}$ : Überprüfung der Ursachen

Der Grund, warum Restklaffen  $r \leq 0,03 \text{ m}$  in der Regel nicht verteilt werden, ist in erster Linie darin zu suchen, dass die – insbesondere auf der Grundlage des Vermessungspunkterlasses von 1996 – ermittelten örtlichen Koordinaten und die ETRS89\_UTM32-Koordinaten spannungsfrei im Rahmen ihrer Bestimmungsgenauigkeit (lokale Standardabweichung der Punktlage  $lsp_i \leq 0,03 \text{ m}$ ) sind. Solche zufälligen Messungsgenauigkeiten drücken sich in Restklaffen gleicher Größenordnung aus und werden demzufolge nicht verteilt (vgl. Nr. 3.7 Abs. 2 GPS-Richtlinien).

Zur Abschätzung der Genauigkeit der Transformation kann die sogenannte mittlere Klaffung herangezogen werden. Sie berechnet sich mit  $\sqrt{2}\hat{\sigma}_0$  aus der Varianz  $\hat{\sigma}_0^2$  der Gewichtseinheit einer Vier-Parameter-Transformation mit  $\hat{\sigma}_0^2 = \sum_{i=1}^p r_i^2 / (2p-4)$  ( $r_i$  Restklaffen,  $p$  Anzahl der

Stützpunkte, siehe Niemeier 2008, S. 375). Die sich mittels Varianzfortpflanzung ergebenden Standardabweichungen der Stützpunkte sind von den örtlichen Koordinaten abhängig und betragsmäßig kleiner als die mittlere Klaffung (Benning 2011, S. 266).

## 6 Beispiel

Nachfolgend werden die Ergebnisse beschrieben, die bei der Transformation der örtlichen Koordinaten einer Teilungsvermessung aus dem Jahr 1990 erzielt wurden.

### 6.1 Ausgangslage

Im Jahr 1990 wurde von einem Öffentlich bestellten Vermessingenieur in der Gemarkung Obersprockhövel (Stadt Sprockhövel) eine Teilungsvermessung durchgeführt. Die (allesamt nicht festgestellten) Grenzen des Trennstücks wurden aufgrund übereinstimmender Angaben der Beteiligten (Grenzniederschrift vom 18.12.1990) ermittelt und doppelt polar (Zeiss Elta 4; 1 mgon, 3 mm + 2 ppm) mit Spannmaßen auf vier unvermarkte Standpunkte in einem örtlichen System aufgemessen. Eine Koordinierung im System der Pr.LA. unterblieb, da zum Zeitpunkt der Vermessung ein Anschlusspunktfeld nicht vorhanden war. Für insgesamt 25 Vermessungspunkte (Grenzpunkte, Gebäudepunkte) wurden daher örtliche Koordinaten ermittelt, wobei die seinerzeitige Fehlergrenze von 0,10 m (Anlage 11 VP Erl. I 1974/1977) für die

Lageabweichung doppelt polar bestimmter Punkte eingehalten wurde (maximal 0,04 m).

Um die örtlichen Koordinaten in das ETRS89\_UTM32 zu überführen, wurden im Zuge einer Liegenschaftsvermessung (§ 12 Satz 2 Nr. 1 VermKatG NRW, »Koordinierung von Grenzpunkten«) im Jahr 2017 insgesamt 10 Grenzpunkte und 12 Gebäudepunkte mittels kombiniertem Verfahren (Polarverfahren, SAPOS; Nrn. 31.2 und 33.1.2 ErhE) aufgemessen und im ETRS89\_UTM32 koordiniert. Die lokale Standardabweichung der Punktlage betrug durchschnittlich 0,012 m und maximal 0,034 m.

### 6.2 Transformationsergebnisse

Entsprechend der in Kap. 5 beschriebenen Vorgehensweise wurden zwei Vier-Parameter-Transformationen durchgeführt (»Über alle Punkte«, »Soll-Ist-Vergleich«). Die Ergebnisse sind in Tab. 1 (Spalte »linear«) dargestellt. Bei diesen Werten wurden den Transformationen die linear berechneten örtlichen Koordinaten aus der Vermessung von 1990 zugrunde gelegt (standpunktweise Polarpunktberechnung, Mittelbildung); die sich aus den Spannmaßen ergebende Beobachtungsredundanz (»Spannmaßkontrolle«) wurde demzufolge seinerzeit nicht zur Koordinatenberechnung genutzt.

Transformationsverfahren weisen im Grundsatz den Nachteil auf, dass einerseits die vorhandene Beobachtungsredundanz der originären Messwerte nur zu einem Bruchteil ausgenutzt wird, andererseits der Test rechnerisch abgeleiteter Koordinaten keine eindeutige Fehlerzuordnung in den originären Messwerten zulässt (Benning 1985a, S. 507). Um einerseits die Beobachtungsredundanz der Vermessung von 1990 (doppelte Polaraufnahme, Spannmaße) voll auszuschöpfen und andererseits die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messwerte und der Punktbestimmung beurteilen zu können, wurden die Beobachtungen aus dem Jahr 1990 (je 52 EDM-Strecken und Richtungen, 26 Messbandstrecken) im Programm WinKafka® (Benning 2018) frei ausgeglichen. Die zur Beurteilung der freien Ausgleichung heranzuziehenden Kriterien (Anlage 5 ErhE) sind in der Tab. 2 aufgeführt. Der Helmert'sche mittlere Punktfehler (als globaler Wert berechnet aus den Standardabweichungen der Koordinaten) ergibt sich durchschnittlich zu 0,01 m (maximal 0,02 m), während die aus den zum Punkt zugehörigen Beobachtungen abgeleitete lokale Standardabweichung durchschnittlich 0,01 m beträgt (maximal 0,03 m). Für die Vermessung von 1990 werden somit die in Anlage 5 des Erhebungserlasses für die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Messwerte und der Punktbestimmung festgelegten Grenzwerte eingehalten.

Ein Koordinatenvergleich der linear berechneten örtlichen Koordinaten und der Koordinaten der freien Ausgleichung ergibt Abweichungen von durchschnittlich 0,01 m (maximal 0,03 m).

Tab. 1: Ergebnisse der Transformationen der örtlichen Koordinaten

Berechnungsart		linear	freie Ausgleichung
Transformation 1 »Über alle Punkte«	Anzahl Stützpunkte	10	10
	Anzahl Kontrollpunkte	0	0
	mittlere Klaffung [m]	0,037	0,035
	minimale – maximale Restklaffe [m]	0,009–0,054	0,012–0,054
	Maßstab des örtlichen Systems [m]/100 m	0,01	-0,01
Transformation 2 »Soll-Ist-Vergleich«	Anzahl Stützpunkte	5	5
	Anzahl Kontrollpunkte	5	5
	mittlere Klaffung [m]	0,033	0,025
	minimale – maximale Restklaffe [m]	0,009–0,042	0,010–0,030
	Maßstab des örtlichen Systems [m]/100 m	0,01	-0,01
	minimale – maximale Abweichung in den Kontrollpunkten [m]	0,017–0,072	0,024–0,070
	Anzahl der Abweichungen in den Kontrollpunkten >0,06 m	1	2
	durchschnittliche Abweichung Kontrollpunkt [m]	0,040	0,044

Werden für die beiden durchzuführenden Transformationen (Kap. 5) nunmehr die in der vorstehend beschriebenen freien Ausgleichung berechneten örtlichen Koordinaten verwendet, ergeben sich die in Tab. 1 (Spalte »freie Ausgleichung«) enthaltenen Werte. Gemessen an den mittleren Klaffungen und den maximalen Restklaffen ist die Einpassung der örtlichen Koordinaten aus der freien Ausgleichung in das ETRS89\_UTM32 für die Transformation 2 (»Soll-Ist-Vergleich«) besser als die Einpassung der örtlichen Koordinaten aus der linearen Berechnung.

Die unzulässigen Abweichungen in den Kontrollpunkten (>0,06 m; Tab. 1) sind im vorliegenden Fall unbeachtlich, da die seitens der Katasterbehörde vorgenommene Liegenschaftsvermessung noch vor Inkrafttreten des Erhebungserlasses durchgeführt wurde und demzufolge ein Wert von 0,12 m als größte zulässige Abweichung zugrunde (Nr. 3.23 Abs. 2 Anlage 3 VPErl. 1996) zu legen war.

Mit Inkrafttreten des Erhebungserlasses am 1. November 2017 hat das Innenministerium NRW die größte zulässige Abweichung bei der Grenzuntersuchung im Koordinatenkataster von 0,08 m beziehungsweise 0,12 m (Nr. 3.23 Anlage 3 VPErl. 1996) auf 0,06 m (Nr. 2.1.1 Anlage 5 ErhE) herabgesetzt. Die größte lineare Abweichung von 0,06 m gilt dabei rückwirkend auch für »altes« Koordinatenkataster, das vor dem Inkrafttreten des Erhebungserlasses entstanden ist. Auf der Grundlage des Erhebungserlasses wären lineare Abweichungen von 0,07 m (Tab. 1) als unzulässige Abweichungen zwischen örtlichem Grenzverlauf und Katasternachweis anzusehen und müssten entsprechend behandelt werden (Nr. 19.3.1 Satz 2 und Nr. 19.4 ErhE). Dieses Beispiel zeigt deutlich, dass es problematisch ist, bestehende Grenzwerte bei der Grenzuntersuchung rückwirkend zu ändern, da sich dann je nach zeitlicher Betrachtung unterschiedliche Ergebnisse – nämlich Identität oder Nicht-Identität von örtlichem Grenzverlauf und Katasternachweis – ergeben.

Tab. 2: Ergebnisse der freien Ausgleichung der Vermessung von 1990

	Richtungen	EDM-Strecken	Messbandstrecken
a priori Standardabweichung	$0,004 \text{ [gon]} + 0,02 \text{ [m]} \cdot \frac{\rho}{s}$	$0,02 \text{ [m]} + 10 \text{ [ppm]}$	$0,013 + 0,0001s + 0,0025\sqrt{s} \text{ [m]}$
a posteriori Standardabweichung der Gewichtseinheit	0,81	0,80	0,54
Normierte Verbesserungen $\emptyset$	0,6	0,5	0,4
Einfluss auf die Punktlage $\emptyset$	0,006 [m]	0,006 [m]	0,006 [m]
Teilredundanz $\emptyset$	0,48	0,58	0,51
Verbesserungen $\emptyset$	0,031 [gon]	0,007 [m]	0,006 [m]

### 6.3 Genauigkeit der transformierten Koordinaten

Ein Nachweis, dass

- die seinerzeitige Vermessung eine hohe innere Genauigkeit aufweist und
- der Grenzwert von 0,06 m in den identischen Punkten eingehalten wird,

darf allerdings noch nicht zu der Aussage verleiten, dass die transformierten Koordinaten auch tatsächlich Koordinatenkatasterqualität, das heißt eine Standardabweichung in der Lage von 0,03 m oder besser, haben. Dazu sind die Varianzen der transformierten Koordinaten mittels Varianzfortpflanzung zu berechnen.

Werden mit  $\hat{Y}_j$  und  $\hat{X}_j$  die in das ETRS89\_UTM32 transformierten Koordinaten, mit  $y'_j$  und  $x'_j$  die (schwerpunkt-reduzierten) örtlichen Koordinaten und mit  $p$  die Anzahl der Stützpunkte bezeichnet, so gilt für die Varianz der transformierten Koordinaten (Benning 2011, S. 266):

$$\hat{\sigma}_{\hat{Y}_j}^2 = \hat{\sigma}_{\hat{X}_j}^2 = \hat{\sigma}_0^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{p} + \frac{y_j'^2 + x_j'^2}{\sum_{i=1}^p (y_i'^2 + x_i'^2)} \right)$$

mit  $\hat{\sigma}_0^2 = \sum_{i=1}^p r_i^2 / (2p - 4)$  ( $r_i$  Restklaffen).

Die transformierten Koordinaten können nur dann in der Genauigkeitsstufe GST 2100 (Koordinatenkatasterqualität) festgesetzt werden, wenn für die aus den Varianzen der transformierten Koordinaten berechneten Helmert'schen mittleren Punktfehler  $\hat{\sigma}_{\hat{P}_j}$  gilt:

$$\hat{\sigma}_{\hat{P}_j} = \sqrt{\hat{\sigma}_{\hat{Y}_j}^2 + \hat{\sigma}_{\hat{X}_j}^2} \leq 0,03 \text{ m}.$$

Im vorliegenden Fall können die Punktfehler der transformierten Koordinaten einmal mit den linear berechneten örtlichen Koordinaten, einmal mit den aus der freien Ausgleichung berechneten örtlichen Koordinaten ermittelt werden (Kap. 6.2). Da die Punktfehler stark von den Restklaffen abhängen, ergeben sich naturgemäß unterschiedliche Punktfehler je nach Berechnungsansatz. Aufgrund der »besseren« Einpassung der freien Ausgleichung im Vergleich zur linearen Berechnung der örtlichen Koordinaten (Tab. 1) ergeben sich im ersten Fall die Punktfehler der transformierten Koordinaten durchschnittlich zu 0,029 m, im zweiten Fall zu 0,039 m. Dies bedeutet aber, dass im zweiten Fall eine Festsetzung der transformierten Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität nicht möglich ist.

## 7 Ergebnisse

Anhand von Beispielen sollte die Praxistauglichkeit des in Nr. 32.2.3 ErhE geregelten Transformationsverfahrens zur Ableitung von Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität überprüft werden. Im Rahmen einer Bachelor-

arbeit wurden insgesamt 30 örtliche Koordinatensysteme in das ETRS89\_UTM32 überführt (Alexander 2018), wobei seinerzeit 9 örtliche Systeme auf der Grundlage des Vermessungspunkterlasses von 1996 und 21 örtliche Systeme auf der Grundlage des Vermessungserlasses I von 1974 vermessen wurden.

Zusammenfassend ergeben sich folgende Ergebnisse (Alexander 2018, S. 72 ff.):

1. Der Begriff »homogen vermessene Gebiete« (Nr. 32.2.3 ErhE) sollte nicht auf das Gebiet, sondern eher auf die Berechnungsart abstellen. Örtliche Koordinaten wurden früher nicht als maßgebender Katasternachweis berechnet, sondern eben »nur« als Hilfsgrößen zur Flächenberechnung und Kartierung (Haupt 1980, S. 287). Die Genauigkeit der örtlichen Koordinaten ist dabei abhängig von ihrer linearen Berechnungsmethode. Aussagen über Genauigkeit und Zuverlässigkeit eines örtlichen Systems sollten daher aus einer Ausgleichung der ursprünglichen Messungselemente abgeleitet werden, auch wenn der Erfassungsaufwand im Vergleich zu den örtlichen Koordinaten höher ist. Die ausgeglichenen örtlichen Koordinaten sind dann in das ETRS89\_UTM32 zu überführen (vgl. Benning 1998).
2. Transformationsverfahren haben den Vorteil, dass ihre Ergebnisse anhand der Restklaffen sehr anschaulich und leicht interpretierbar sind (Benning 1985a, S. 503). Die Regelung in Nr. 32.2.3 ErhE stellt aber nur auf einen Grenzwert von 0,06 m für einen Soll-Ist-Vergleich in den identischen Punkten ab. Hier sind weitere Regelungen zu fordern, zum Beispiel bezüglich der Größe und Verteilung der Restklaffen (Ausreißertest, Benning 1985b), des UTM-bereinigten Transformationsmaßstabs sowie der Anzahl und Verteilung der Stütz- und identischen Punkte.
3. Den Begriff »geeignete Koordinaten« (Nr. 32.2.3 ErhE) am Zeitpunkt der Vermessung beziehungsweise an den seinerzeit geltenden Vorschriften (VPErl. I 1974, VPErl. 1996) festzumachen, hat sich nicht als sinnvoll erwiesen. So gibt es Beispiele von Vermessungen von vor 1996, die die unter Ziff. 2 benannten Kriterien einhalten, während – vermeintlich »bessere« – Vermessungen von nach 1996 dieselben eben nicht einhalten.
4. Letztendlich ist auch bei Transformationsverfahren sicherzustellen, dass die transformierten Koordinaten tatsächlich Koordinatenkatasterqualität, das heißt eine Standardabweichung in der Lage von 0,03 m oder besser, haben. Dies ist durch entsprechende Berechnungen (Varianzfortpflanzung) nachzuweisen.

Die in Alexander (2018) durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, dass Koordinaten örtlicher Systeme in das ETRS89\_UTM32 mit Koordinatenkatasterqualität überführt werden können. Hierzu sind allerdings die Regelungen in Nr. 32.2.3 ErhE um zusätzliche Inhalte (vgl. die vorstehenden Nrn. 1–4) zu erweitern, um belast-

bare Transformationsergebnisse zu erhalten. Der Erfassungs- und Berechnungsaufwand steigt damit an. Es ist dabei auch zu bedenken, dass im Modell der einfachen Vier-Parameter-Transformation nur die Koordinaten des Zielsystems (hier ETRS89\_UTM32) als Zufallsvariablen anzusehen sind, nicht aber die örtlichen Ausgangskoordinaten. Sollen die (örtlichen) Ausgangskoordinaten ebenfalls Zufallsvariablen darstellen, ist der Parameterschätzung das Gauß-Helmert-Modell beziehungsweise nach Einführung zusätzlicher unbekannter Parameter das Gauß-Markoff-Modell zugrunde zu legen (Koch 2002).

Aufgrund des vorgenannten gesteigerten Erfassungs- und Berechnungsaufwandes wäre daher in einer weiteren Untersuchung zu prüfen, ob nicht auf das Verfahren nach Nr. 32.2.3 ErhE eher verzichtet werden könnte, um anstelle dessen ausschließlich auf das Verfahren gemäß Nr. 32.2.2 ErhE abzustellen. Hiernach können durch Ausgleichung der originären Messelemente geeigneter Vermessungen Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität abgeleitet werden; dabei ist durch Ausgleichung nachzuweisen, dass die in Anlage 5 ErhE festgelegten Grenzwerte für die Genauigkeit und Zuverlässigkeit (lokale Standardabweichung der Punktlage  $lsp_i$ , Redundanzanteil  $r_i$  als inneres Zuverlässigkeitsmaß, Einfluss des Messwertes  $l_i$  auf die Punktlage  $EP_i$  als äußeres Zuverlässigkeitsmaß) eingehalten werden.

## Literatur

- Alexander, N. (2018): Überführung örtlicher Koordinaten in Koordinatenkatasterqualität. Hochschule Bochum, Bochum University of Applied Science, Fachbereich Geodäsie, Bachelorarbeit, n.v.
- Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland AdV (1983): Koordinatenkataster. Koblenz.
- Benning, W. (1985a): Ein Vergleich Helmert-transformierter Koordinaten mit den Ergebnissen einer strengen Ausgleichung. In: ZfV – Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 11/1985, 110. Jg., 502–512.
- Benning, W. (1985b): Test von Ausreißern bei der Helmerttransformation. In: ZfV – Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 5/1985, 110. Jg., 207–209.
- Benning, W. (1998): Netzausgleichungen und/oder Transformationen. Verfahren für die praktische Anwendung. In: BDVI-Forum, Heft 1/1998, 24. Jg., 283–299.
- Benning, W. (2011): Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen. 4. Auflage, Berlin.
- Benning, W. (2018): Programmsystem Kafka, Komplexe Analyse flächenhafter Kataster-Aufnahmen, Anwendung der Ausgleichung hybrider 3D-Vermessungen, Handbuch zur Windows-Version 8.0.0. Aachen.
- Bezirksregierung Köln/Münster (1998): Erläuterungen zum Vermessungspunkterlaß vom 12.01.1996, Stand 02.09.1998.
- Boljen, J. (2010): Der analysierte Zahlennachweis als Grundlage des Koordinatenkatasters. In: AVN – Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 11–12/2010, 117. Jg., 378–386.
- Fuhrmann, N. (2018): Grenzuntersuchung. Orthogonale und moderne Verfahren unter besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse in Nordrhein-Westfalen. 2. Auflage, Kerpen.
- Haupt, E. (1980): Koordinatenkataster und Abmarkung der Grenzpunkte. In: AVN – Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 7/1980, 87. Jg., 285–293.
- Heunecke, O. (2017): Planung und Umsetzung von Bauvorhaben mit amtlichen Lage- und Höhenkoordinaten. In: zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Heft 3/2017, 142. Jg., 180–186. DOI: 10.12902/zfv-0160-2017.
- Koch, K.-R. (2002): Räumliche Helmert-Transformation variabler Koordinaten im Gauß-Helmert- und im Gauß-Markoff-Modell. In: zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, Heft 3/2002, 127. Jg., 147–152.
- Niemeier, W. (2008): Ausgleichsrechnung. Statistische Auswertemethoden. 2. Auflage, Berlin.
- Rembold, M. (2017): »Hauptsache, daß es fertig werde« – Zur Erneuerung des Liegenschaftskatasters. In: NÖV – Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen Nordrhein-Westfalen, Heft 1/2017, 50. Jg., 26–45.
- Strobel, E. (1987): Die technische Entwicklung im Liegenschaftskataster in Baden-Württemberg in Wechselwirkung mit dem technologischen Fortschritt. In: AVN – Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 1/1987, 94. Jg., 20–33.

## Rechtsquellen und Verwaltungsvorschriften

- (II.) Anweisung vom 31.03.1877 für das Verfahren bei den Vermessungen behufs der Fortschreibung der Grundsteuerbücher und Karten in der Provinz Westfalen und der Rheinprovinz. Berlin, 1877.
- (II.) Anweisung vom 17.06.1920 für das Verfahren bei den Fortschreibungsvermessungen. Berlin, 1920.
- Die Bestimmung von Vermessungspunkten der Landesvermessung in Nordrhein-Westfalen (Vermessungspunkterlaß I – VPErl. I), RdErl. d. IM. v. 15.11.1974 (I D 3 – 4212, MBl. NW. 1975 S. 3), geändert durch RdErl. d. IM. v. 09.11.1977 (I D 3 – 4212, MBl. NW. S. 1842).
- Die Bestimmung von Vermessungspunkten der Landesvermessung in Nordrhein-Westfalen (Vermessungspunkterlaß – VPErl.), RdErl. d. IM. v. 12.01.1996 (Kopferlass in SMBl. NRW. 71341).
- Transformation von Koordinaten und Höhen in der Landesvermessung, Teil I: Theoretische Grundlagen (Transformationsrichtlinien Teil I), Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen (Hrsg.), 2. Auflage, 1999.
- Das Verfahren bei den Fortführungsvermessungen in Nordrhein-Westfalen (Fortführungsvermessungserlass – FortFVErl.), RdErl. d. IM. v. 23.03.2000 (Kopferlass in SMBl. NRW. 71342).
- Richtlinien zum Einsatz von satellitengeodätischen Verfahren im Vermessungspunktfeld (GPS-Richtlinien) v. 02.09.2002, Innenministerium des Landes Nordrhein-Westfalen (Hrsg.).
- Gesetz über die Landesvermessung und das Liegenschaftskataster (Vermessungs- und Katastergesetz – VermKatG NRW) vom 01.03.2005 (SGV. NRW. 7134), zuletzt geändert durch Artikel 2 des Gesetzes vom 01.04.2014 (GV. NRW. S. 256).
- Einführungserlass ETRS89/UTM im Liegenschaftskataster, RdErl. d. IM. v. 09.08.2004 (n.v., 37 – 7170).
- Anweisung für die technischen Arbeiten im Liegenschaftskataster (Technische Anweisung – TA) vom 11.04.2011 mit Änderungen vom 01.11.2011, 20.11.2014, 29.09.2015 und 12.12.2016, Ministerium für Inneres und Bundesangelegenheiten des Landes Schleswig-Holstein.
- Erhebung der Geobasisdaten des amtlichen Vermessungswesens in Nordrhein-Westfalen – Erhebungserlass (ErhE) –, RdErl. d. MIK v. 15.09.2017 (SMBl. NRW. 71342).

## Kontakt

B. Eng. Nadine Alexander | Dr.-Ing. Markus Rembold  
Ennepe-Ruhr-Kreis, Abteilung Liegenschaftskataster und  
Geoinformationen  
Hauptstraße 92, 58332 Schwelm  
n.alexander@en-kreis.de | m.rembold@en-kreis.de

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter [www.geodaeisie.info](http://www.geodaeisie.info).